Exercices d'économie de la régulation[1][2]

Pr. Pascal FAVARD

23 août 2016

1. Ces exercices sont écrits sous Latex et les graphiques sous Tikz. Ils font une large place aux graphiques et sont d'un niveau intermédiaire. Les corrections sont très détaillées mais elles n'ont aucun intérêt si vous n'avez pas tout d'abord passé du temps à faire ces exercices par vous même. Il est impossible de citer toutes mes sources d'inspiration mais sachez que rien n'est jamais vraiment original...
2. Merci de me signaler les erreurs ou les coquilles.

Sommaire

Avant-propos : « Pour un accord efficace sur le climat » Le Monde Économie : Christian Gollier et Jean Tirole le 05/06/2015 à 09:33

En décembre, Paris accueillera des négociations décisives pour le changement climatique. Les délégués des Nations unies devront parvenir à un accord contraignant permettant de limiter à 2°C l'augmentation de la température mondiale. L'analyse économique peut nous permettre d'identifier les stratégies les plus efficaces. Le changement climatique relève de la gestion d'un « bien commun » à l'échelle mondiale. A long terme, l'humanité bénéficierait massivement d'une coopération internationale sur le climat ; malheureusement, chaque pays est fortement incité à laisser aux autres la charge de réduire les émissions de gaz à effet de serre. L'approche consensuelle chez les économistes pour résoudre ce problème de « passager clandestin » consiste à imposer un prix uniforme sur les émissions. Une telle stratégie incite les pollueurs à engager tous les efforts de réduction des émissions dont les coûts sont en deçà de ce prix. Elle garantit à la collectivité que le bénéfice environnemental est maximal pour un sacrifice collectif donné. Bien que cette approche ait fait ses preuves dans le passé pour résoudre d'autres questions environnementales, elle reste difficile à faire accepter : lors de la conférence de Copenhague de 2009, l'idée d'un prix mondial du carbone a été abandonnée, et la convention-cadre sur le changement climatique de l'ONU s'est transformée en une chambre d'enregistrement de promesses d'efforts à venir pour lutter contre le réchauffement.

Course de lenteur

Ce mécanisme d'engagements volontaires sera certainement confirmé à Paris alors qu'il se limite pour chaque pays à indiquer des engagements non contraignants, sans même prévoir une méthode coordonnée pour en mesurer la mise en œuvre. La stratégie d'engagements volontaires est largement insuffisante. Elle n'a pas l'efficacité économique que procure la fixation d'un prix unique du carbone. En outre, l'absence de tout engagement contraignant limite sa crédibilité. A Paris, les pays auront tout intérêt à faire en sorte que leurs engagements soient difficilement comparables entre eux et impossibles à vérifier, ce qui leur permettra de revenir facilement sur leurs promesses. Enfin, ce processus renforce les attitudes non coopératives, car continuer à polluer permet de renforcer sa position dans les futures négociations. La course de lenteur continue. On peut rêver d'un monde meilleur. Une taxe carbone, prélevée par chaque pays, semble être un outil bien plus efficace. Chaque nation s'engagerait sur un prix ambitieux du carbone si tous les autres en faisaient autant. Afin de répondre aux préoccupations liées à l'équité, des transferts pourraient être établis en faveur de pays en développement ou réticents à rentrer dans un accord global, par le biais du Fonds vert pour le climat, par exemple.

Un système de marché de permis d'émission

Malheureusement, un fonds vert est trop visible pour être politiquement acceptable : les gouvernements ne souhaitent pas être « vus » en train de donner d'importantes sommes d'argent à des étrangers. En outre, et surtout, les pays peuvent mettre en place une taxe carbone sans l'appliquer pleinement ou en atténuant son effet par des subventions ou des allégements fiscaux. Il est difficile d'imposer de l'extérieur une discipline fiscale, comme on a pu le voir en Grèce avec la « troïka ». En revanche, un système se concentrant sur le niveau d'émission nationale est relativement simple, puisque la technologie permet aujourd'hui de surveiller facilement les émissions de CO2 d'un pays. Nous privilégions donc un système de marché de permis d'émission, dans lequel une organisation multilatérale attribuerait aux pays participants, ou leur vendrait aux enchères, des permis échangeables. Les exemples à travers le monde - au sein de l'Union européenne mais également en Californie, en Corée du Sud et dans certaines parties de la Chine - démontrent la faisabilité de cette solution et fournissent aujourd'hui des indications précieuses sur la meilleure manière de la mettre en œuvre. Un tel marché permettrait de définir un prix du carbone unique au niveau mondial. Les mesures de compensation en faveur des pays en voie de développement pourraient être mises en place par de simples attributions gratuites de permis.

Sanctions

Cependant, même en cas d'obtention d'un accord adéquat sur le changement climatique, il faudra encore s'assurer de son application. Comme nous avons pu le constater avec les engagements du protocole de Kyoto, ternir la réputation d'un pays qui revient sur sa parole a un effet limité : celui-ci se trouvera toujours des excuses. Il n'existe aucune solution miracle, mais au moins deux mesures pourraient être utilisées contre les pays qui ne respectent pas les accords signés. Tout d'abord, l'Organisation mondiale du commerce devrait traiter le refus de mettre le même prix que les autres sur le carbone comme une pratique de « dumping » entraînant des sanctions. Deuxièmement, une insuffisance de permis à la fin de l'année serait valorisée au prix de marché et s'ajouterait à la dette publique du pays concerné. Dans le même esprit, les Etats non signataires devraient être pénalisés par le biais de taxes prélevées aux frontières et gérées par l'OMC. Il n'y a pas de solution idéale, mais l'actuelle stratégie fondée sur des engagements volontaires et non contraignants est vouée à l'échec, en favorisant l'attentisme. Une taxe carbone mondiale est une meilleure solution. Mais la mise en place d'un marché d'émissions nous semble être la solution la plus pertinente dans le cadre des négociations en cours.

http://lazarillo.lavard.free.fr/

Chapitre 1

Externalité

Sommaire

Avant-propos : « Quel est le coût des pollutions agricoles ? » Le Monde : Martine Valo le 12/01/2016 à 19:18

L'agriculture française a la main lourde sur les pesticides comme sur les engrais azotés. Cette tendance prononcée revient cher, et pas seulement pour les exploitants. En conséquence, la pollution de l'eau, de l'air et des sols ainsi que les émissions des gaz à effet de serre et les atteintes multiples à la biodiversité pèsent sur l'ensemble de la collectivité. A combien se chiffrent ces « externalités environnementales » ? Au bas mot plusieurs milliards d'euros, répond le Commissariat général au développement durable (CGDD), un service rattaché au ministère de l'écologie, qui s'est attelé à un complexe travail d'évaluation en s'appuyant sur des études réalisées par différents ministériels.

L'exercice est forcément incomplet – il ne dit rien des dépenses de santé publique ni de l'impact de ces contaminations sur les océans par exemple – mais édifiant. « Même si elle ne prend en compte que les coûts directs – déjà extrêmement importants –, cette étude confirme ce que martèlent les ONG : il est faux de prétendre que l'agriculture française produit une alimentation pas chère », commente François Veillerette de l'association Générations Futures.

EXTENSION DU DOMAINE DES ALGUES VERTES

Championne, la France l'est d'abord par sa production : elle fournit 18% de l'agriculture européenne. Elle l'est aussi pour sa consommation d'engrais minéraux azotés qui représente 20% des achats de l'Union européenne. Elle arrive de surcroît en deuxième position pour les produits phytosanitaires. Toutefois, elle recule de plusieurs places si l'on rapporte ces données à ses 19,2 millions d'hectares de terre arable.

Le gros problème tient à l'usage que « la ferme France », comme l'appelle le CGDD, fait de ces engrais. Sur les 2,2 millions de tonnes achetées en 2013, 1,5 million était en surdose, selon les deux auteurs de l'étude, Vincent Marcus et Olivier Simon. Qu'il soit manufacturé ou de nature organique – autrement dit issu des effluents d'élevage épandus sur les champs – l'azote est destiné en principe à améliorer les rendements des cultures. Mais une fois dépassée la dose que la plante peut absorber, il se disperse dans la nature. Or, les pertes atteignent 50% dans l'Hexagone, et même parfois 80% s'agissant de l'azote de synthèse. Du coup, chaque année, 600 000 tonnes se volatilisent dans l'air, tandis que 900 000 se dissolvent dans l'eau.

L'azote est à la base de la formation de nitrates, d'ammoniac – qui acidifie les forêts en retombant et s'agrège en particules fines, voire ultrafines – et de protoxyde d'azote (N2O), le « gaz hilarant ». Ce gaz est émis en faible quantité dans l'atmosphère, mais il est 298 fois plus puissant que le dioxyde de carbone pour l'effet de serre. Aussi les diffusions agricoles de N2O « constituent près de 10% des émissions nationales de gaz à effet de serre », sans compter l'impact de la production et du transport de ces engrais.

Globalement, le rapport conclut que ce trop-plein coûte entre 0,9 milliard et 2,9 milliards d'euros, dont 220 millions à 510 millions d'euros en traitements supplémentaires pesant sur les services chargés de l'eau potable et de l'assainissement. L'étude n'intègre pas les quelque 2 millions d'euros du ramassage des algues vertes dopées par les nitrates, soit 50 000 à 100 000 mètres cubes chaque été. Le phénomène a largement débordé les côtes de Bretagne et pénalise désormais la conchyliculture, l'élevage de coquillages, mais aussi le tourisme...

Pour les pesticides, l'évaluation se complique encore. Trop de molécules, trop de répercussions sur la santé – sur les agriculteurs en premier – et une contamination généralisée. Les rapporteurs s'en tiennent donc aux seuls surcoûts engendrés par la pollution de l'eau qu'ils situent entre 260 et 660 millions d'euros par an.

PESTICIDES : FAIBLE DOSE, MÊME EFFET

Lors de la pulvérisation d'un phytosanitaire sur un feuillage, seulement 30% à 50% du produit atteignent la cible. Le reste ? Nous en respirons une partie. Une étude d'Airparif, l'agence de surveillance de la qualité de l'air en Ile-de-France, a par exemple détecté 80 substances différentes dans l'air au-dessus de Paris.

Le milieu aquatique est également très touché : 63% des points de surveillance des eaux souterraines métropolitaines et 93% de ceux des rivières en surface contiennent des pesticides, au moins une dizaine de substances différentes dans la majorité des cas. Officiellement, en 2014, sur 35 392 captages d'eau, 8,5% ne respectaient pas les seuils autorisés ni pour les nitrates, ni pour les taux de pesticides. En quinze ans, plus de 2 000 points d'alimentation, trop pollués, ont été fermés.

Si l'on se fie aux tonnages, la consommation semble pourtant afficher une décrue depuis les années 1990 – 63 millions de tonnes vendues en 2011 contre 120 millions en 1999. En réalité, les pesticides récents n'ont besoin que de faibles doses pour être aussi efficaces que leurs prédécesseurs. Depuis 2009, les cultures reçoivent 5% à 9% de substances actives de plus chaque année.

Les ravages sur la biodiversité sont de plus en plus visibles. L'eutrophisation des lacs et des eaux côtières, c'est-à-dire leur suralimentation en azote, favorise l'apparition de bactéries toxiques et asphyxie les poissons. Les insectes, notamment les pollinisateurs, paient également un lourd tribut à ce modèle d'agriculture. Ces dégâts-là ne figurent pas non plus dans l'addition.

Le CGDD envisage d'autres externalités à ajouter, comme les bouteilles d'eau minérale achetées par les consommateurs. Ou encore « le coût des contentieux communautaires, passés ou éventuels à venir », que l'Europe risque fort d'infliger à la France, incapable de respecter les directives sur la qualité de l'eau.

Exercice 1 : Double coque sinon rien ! Les pétroliers peuvent éliminer le risque de naufrage en construisant une « double coque ». Supposez que le risque de naufrage pour un navire à simple coque soit de 1%, et qu'un naufrage génère un dommage à l'environnement évalué à 10 milliards d'euros. Le coût de fabrication d'un pétrolier à simple coque est égal à 500 millions d'euros. Ce coût grimpe à 550 millions d'euros pour un navire à double coque. On suppose la neutralité au risque.

1 – Est-il socialement désirable d'exiger que les armateurs construisent des doubles coques ? Pour répondre à cette question, calculez et comparez l'espérance de perte (dommage environnemental + perte du bateau) selon le mode de construction.

2 – Supposez que les États ne soient pas capables de faire payer aux armateurs propriétaires d'un pétrolier abîmé les dommages environnementaux dus au naufrage. Déterminez le choix de construction (simple ou double coque) des armateurs. Ce choix est-il socialement efficace ?

3 – Supposez que les États soient capables de faire payer aux armateurs l'ensemble des dommages environnementaux que leur activité génère. Déterminez, dans ce cas, le choix des armateurs.

4 – Reliez vos conclusions de cet exercice à la théorie des externalités.

Solution :

1) Espérance de coût social si naufrage : $\mathbb{E}_S = 0.01(500 + 10000) + 0.99(0) = 105$ millions et surcoût pour éviter les naufrages : $550 - 500 = 50$ millions. Il est donc socialement optimal d'exiger des navires à doubles coques.
2) Espérance de coût privé si naufrage : $\mathbb{E}_P = 0.01(500) + 0.99(0) = 5$ millions et surcoût pour éviter les naufrages : $550 - 500 = 50$ millions. Les propriétaires ne vont pas utiliser des navires à doubles coques.
3) On se retrouve dans le cas de la première question et donc les armateurs construisent des doubles coques.
4) Lors d'un naufrage les armateurs génèrent une externalité négative de 10 milliards d'euros. Il est socialement optimal d'internaliser ces externalités.

Exercice 2 : Y a pas que moi qui m'intéresse ! Supposons une économie où il y a deux consommateurs ($i = 1, 2$) qui consomment deux biens en quantités $\left(x_1^i, x_2^i\right)$ et qui ont une fonction d'utilité $u^i\left(x_1^i, x_2^i; x_1^j, x_2^j\right) = \left(x_1^i x_1^j\right)^{\frac{2}{3}} \left(x_2^i x_2^j\right)^{\frac{1}{3}}$, avec $j \neq i$.

1 – Les externalités sont-elles positives ou négatives ? Pourquoi ?

2 – Calculez $TmS_{1,2}^i(\cdot) = \dfrac{\mathrm{d}x_2^i}{\mathrm{d}x_1^i}$, le taux marginal de substitution du consommateur i.

3 – Que pouvez-vous dire sur $TmS_{1,2}^i(\cdot)$?

4 – Dans cette économie l'équilibre sera-t-il un optimum ?

Solution :

1) C'est des externalités positives puisque le niveau d'utilité de i est affecté de manière croissante par le panier de consommation de j avec $j \neq i$.
2) $TmS_{1,2}^i(\cdot) = \dfrac{\mathrm{d}x_2^i}{\mathrm{d}x_1^i} = -\dfrac{\frac{\partial u^i}{\partial x_1^i}}{\frac{\partial u^i}{\partial x_2^i}} = -\dfrac{2x_2^i}{x_1^i}$.
3) Il est indépendant du choix de l'autre consommateur, donc de l'externalité que ce choix génére.
4) Le meilleur choix de i sera tel que : d'une part, sa valeur psychologique une unité de bien 1 en terme d'unités de bien 2 soit égale au rapport des prix de marché de ces deux biens et d'autre part, sa contrainte budgétaire soit saturée. En aucun cas les quantités de biens consommées par l'autre consommateur n'interviennent dans ce système d'équation. Les choix individuels ne sont donc pas affectés par les externalités, l'équilibre général de cette économie sera un optimum de Pareto. Ces externalités ne sont pas Pareto-pertinentes.

Exercice 3 : Rivière sans retour L'entreprise Alcane Auto, A, est située en amont de la pisciculture Brochet appartenant à la famille Preminger, B, sur la rivière Monroe. L'entreprise Alcane Auto rejette des hydrocarbures générant un film à la surface de la rivière. Cette pollution affecte négativement la production de l'entreprise Brochet. La fonction de dommage de l'entreprise Brochet est $D(P) = 2P^3$ où P est la quantité de pollution rejetée par l'entreprise Alcane Auto dans la rivière. Le profit retiré par l'entreprise Alcane Auto de son activité polluante est $\pi(Q) = -Q^2 + 10Q + 100$

http://pascal.favard.free.fr/

où Q est le niveau de production de l'entreprise Alcane Auto. Chaque fois que l'entreprise Alcane Auto produit une unité elle rejette une demi-unité de pollution. L'économie considérée n'est composée d'aucun autre agent. Il n'y a aucune dynamique dans cette économie.

• Si aucun droit de propriété n'est défini :

1 – Quel est le niveau de pollution émis par l'entreprise Alcane Auto ?

2 – Quel est le surplus social dans ce cas ?

• Si l'entreprise Brochet est propriétaire de la rivière :

3 – Quel est le niveau de pollution émis par l'entreprise Alcane Auto ?

4 – Quel est le « loyer » unitaire le plus élevé qu'est prête à verser l'entreprise Alcane Auto à l'entreprise Brochet ?

5 – Quel est alors le surplus social ?

• Si la rivière est une rivière domaniale :

6 – Quel est le niveau de pollution socialement optimal ?

7 – Quel est le montant de la taxe pigouvienne ?

8 – Quel est alors le surplus de l'entreprise Brochet ?

Solution :

1) Étudions tout d'abord les fonctions de dommage et de profit marginal :

i. Étude de la fonction de dommage marginal $Dm(P)$:

$$Dm(P) = \frac{\mathrm{d}D(P)}{\mathrm{d}P} = 6P^2 \tag{1.1}$$

avec $D''(P) = 12P$ et $D'''(P) = 12$.

P	0		$+\infty$
$D''(P)$	0	$+$	$+\infty$
$D'''(P)$		$+$	
$Dm(P)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tableau 1.1 : Tableau de variations

ii. Étude de la fonction de profit marginal après changement de variable :

$$\pi(Q) = -Q^2 + 10Q + 100 \text{ et } P = \frac{Q}{2}\ (\Leftrightarrow Q = 2P)$$

$$\Rightarrow \pi(P) = -4P^2 + 20P + 100 \tag{1.2}$$

$$\Rightarrow \pi_m(P) = 20 - 8P, \tag{1.3}$$

http://pascal.favard.free.fr

(1.3) étant l'équation d'une droite décroissante. Lorsque P est égal à $5/2$, elle intersecte l'axe des abscisses. Son ordonnée à l'origine est 20 (cf. Figure 1.1). Sans droit de propriété, le pollueur produit la quantité qui annule son profit marginal [1] : $\pi_m(P) = 20 - 8P = 0n \Rightarrow$

$$P_0 = \frac{5}{2} = 2.5 \tag{1.4}$$

2) Calculons tout d'abord les surplus des agents.

i. Le surplus de l'entreprise Alcane Auto, en utilisant (1.3) et (1.4), est :

$$SA_0 = \int_0^{\frac{5}{2}} 20 - 8P \, \mathrm{d}P = 25 \tag{1.5}$$

ii. Le surplus de l'entreprise Brochet, en utilisant (1.1) et (1.4), est :

$$SB_0 = -\int_0^{\frac{5}{2}} 6P^2 \, \mathrm{d}P = -\frac{125}{4} = -31.25 \tag{1.6}$$

En utilisant (1.5) et (1.6) on obtient directement le surplus social :

$$SS_0 = SA_0 + SB_0 = 25 - \frac{125}{4} = -\frac{25}{4} = -6.25 \tag{1.7}$$

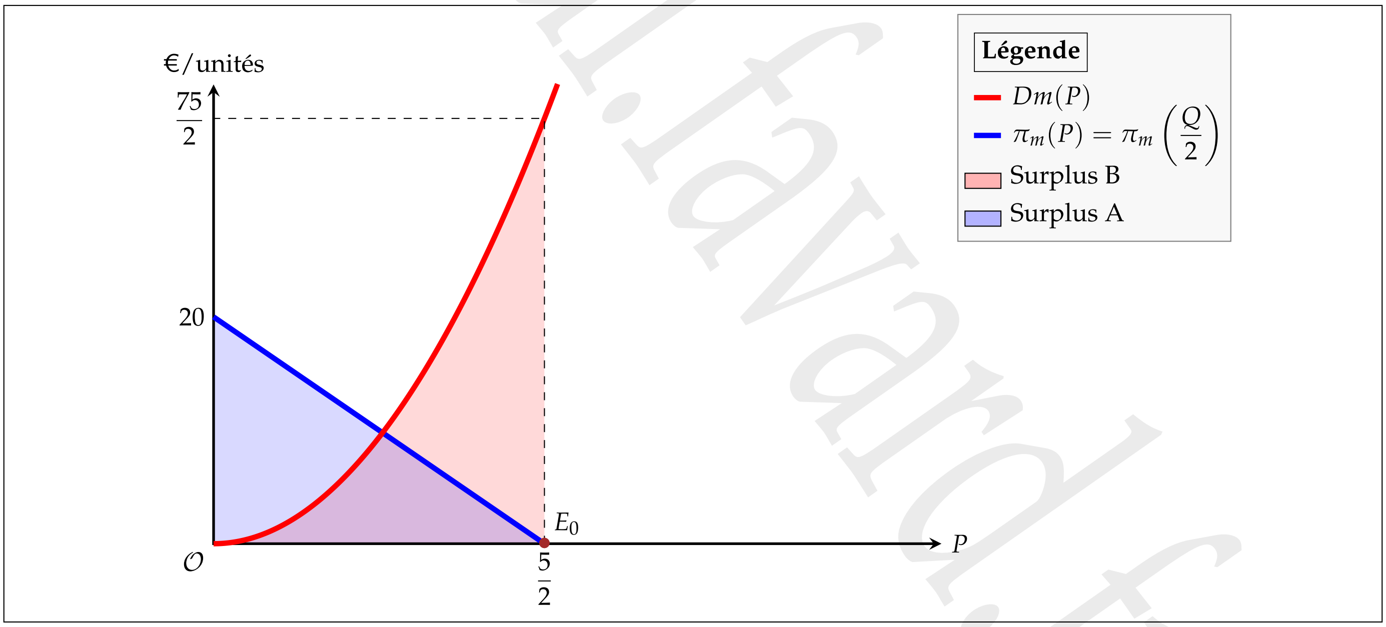


Figure 1.1 : Pas de droit de propriété

3) Pour déterminer le niveau de pollution optimal il faut égaliser [2] $\pi_m(P)$ donné par (1.3) à $Dm(P)$ donné par (1.1) :

$$\pi_m(P) = 20 - 8P = 6P^2 = Dm(P) \Leftrightarrow 6P^2 + 8P - 20 = 0.$$

1. Lorsque le profit marginal est positif, le pollueur a intérêt à produire une unité supplémentaire et donc à polluer une demi-unité de plus. Dans le cas contraire, il gagne à produire une unité de moins.

2. En effet, si $\pi_m(P) > Dm(P)$ alors le pollué a intérêt à autoriser le pollueur à déverser une unité supplémentaire de pollution dans la rivière. Le pollueur est prêt à payer une somme plus importante que celle que souhaite recevoir le pollué. (vice-versa)

Les deux solutions de ce polynôme du second degré sont $P_1 = \frac{1}{3}\sqrt{34} - \frac{2}{3}$ et $P_2 = -\frac{1}{3}\sqrt{34} - \frac{2}{3}$. La solution P_2 étant négative, le niveau de pollution dans le cas qui nous intéresse est $P^* = P_1$.

$$P^* = \frac{1}{3}\sqrt{34} - \frac{2}{3} \simeq 1.28 \tag{1.8}$$

Le niveau de pollution lorsque la rivière appartient à l'entreprise Brochet, (1.8), est inférieur à celui trouvé dans le cas où la rivière n'appartient à personne, (1.4). La création d'un droit de propriété permet de résoudre le problème d'externalité négative que pose la pollution, ceci en internalisant et donc en créant un « marché de la pollution ». Dans ce cas on a :

$$\pi(P^*) = -4\left(\frac{1}{3}\sqrt{34} - \frac{2}{3}\right)^2 + 20\left(\frac{1}{3}\sqrt{34} - \frac{2}{3}\right) + 100 = \frac{76}{9}\sqrt{2}\sqrt{17} + \frac{628}{9} \simeq 119.02$$

et

$$D(P^*) = 2\left(\frac{1}{3}\sqrt{34} - \frac{2}{3}\right)^3 = \frac{92}{27}\sqrt{2}\sqrt{17} - \frac{424}{27} \simeq 4.16.$$

4) Il suffit de calculer le profit marginal ou le dommage marginal en P^*, (cf. Figure 1.2), donné par (1.8) pour trouver le montant du « loyer » unitaire noté l. En utilisant (1.3) ou (1.1), on obtient :

$$\pi_m(P^*) = 20 - 8P^* = 20 - 8\left(\frac{1}{3}\sqrt{34} - \frac{2}{3}\right) = 6\left(\frac{1}{3}\sqrt{34} - \frac{2}{3}\right)^2 = 6\,(P^*)^2 = Dm(P^*)$$

$$\Rightarrow l^* = \frac{76}{3} - \frac{8}{3}\sqrt{34} \simeq 9.78 \tag{1.9}$$

Le montant payé par le pollueur pour pouvoir polluer à hauteur de P^*, noté $L(P^*)$ est donc :

$$L(P^*) = l^* P^* = \left(\frac{76}{3} - \frac{8}{3}\sqrt{34}\right)\left(\frac{1}{3}\sqrt{34} - \frac{2}{3}\right) \simeq 12.49 \tag{1.10}$$

5) Calculons tout d'abord les surplus des agents.

i. Le surplus de l'entreprise Alcane Auto, en utilisant (1.3) et (1.10), est :

$$SA^* = \int_0^{\frac{1}{3}\sqrt{34}-\frac{2}{3}} -8P + 20\,\mathrm{d}P - L(P^*) = \frac{76}{9}\sqrt{34} - \frac{272}{9} - L(P^*) \simeq 6.53 \tag{1.11}$$

ii. Le surplus de l'entreprise Brochet, en utilisant (1.1) et (1.10), est :

$$SB^* = -\int_0^{\frac{1}{3}\sqrt{34}-\frac{2}{3}} 6P^2\,\mathrm{d}P + L(P^*) = -\left(\frac{92}{27}\sqrt{34} - \frac{424}{27}\right) + L(P^*) \simeq 8.32 \tag{1.12}$$

En utilisant (1.11) et (1.12) on obtient directement le surplus social :

$$SS^* = SA^* + SB^* = \frac{136}{27}\sqrt{34} - \frac{392}{27} \simeq 14.85 \tag{1.13}$$

Le surplus social (1.13), lorsque la pollution est internalisée, est plus grand que dans le cas où les droits de propriété ne sont pas définis (i.e. (1.7)). L'internalisation d'une externalité négative augmente toujours le surplus social. Notons que c'est le plus grand surplus social qui puisse être obtenu dans cette économie. En revanche, l'internalisation n'augmente pas forcément le surplus de chaque agent. Dans notre cas, le surplus du pollueur (1.11) est plus petit lorsque les droits de propriété sont donnés au pollué que dans le cas où aucun droit n'est défini (1.5).

http://pascal.favard.free.fr/

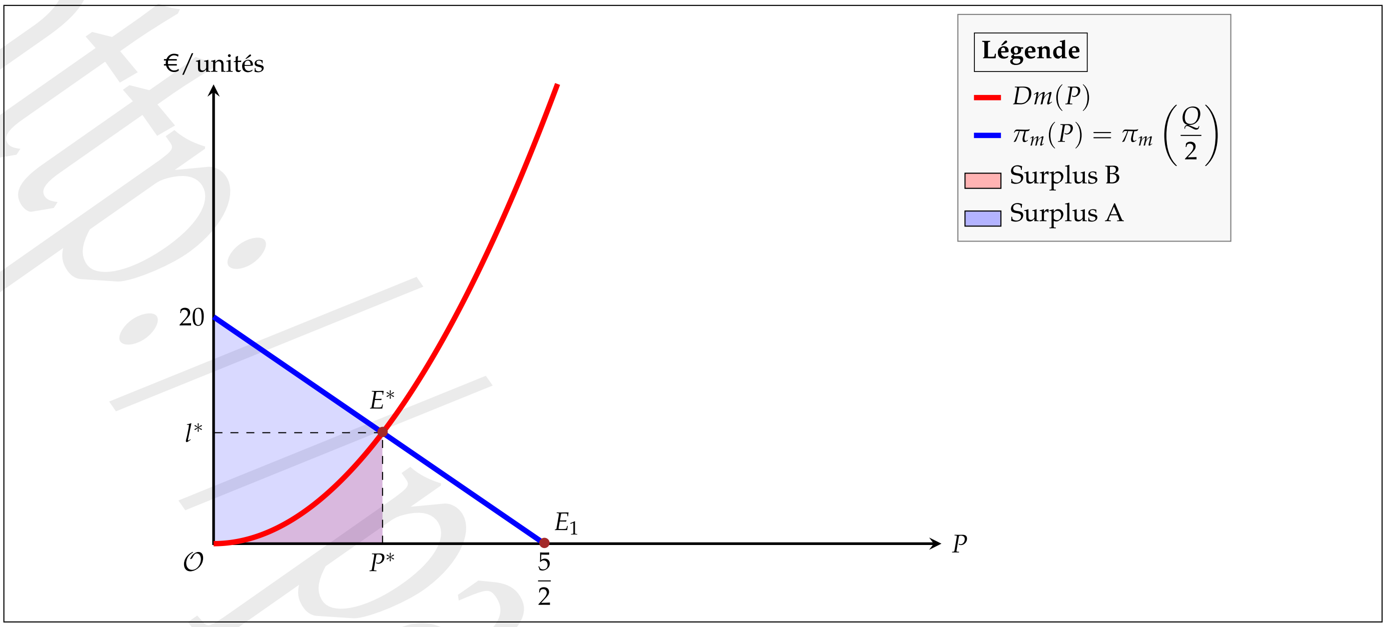


Figure 1.2 : Le pollué possède la rivière

6) Le niveau optimal est le niveau P^* défini en (1.8) (cf. Figure 1.3).

7) Pour trouver le niveau t^* de la taxe il faut calculer, par exemple, le niveau du dommage marginal lorsque la pollution est P^*. Ce niveau est en fait l^* donné en (1.9). L'État perçoit donc un prélèvement total égal à $L(P^*)$ donné par (1.10).

8) Le surplus social, SS_t, est donné par (1.13) puisque la taxe pigouvienne doit conduire par définition au plus grand surplus social. Dans ce cas il se décompose en trois parties, le surplus de l'État, le surplus de l'entreprise Alcane Auto et celui de l'entreprise Brochet. Le surplus d'Alcane Auto est donné par (1.11), puisque pour lui la situation avec taxe est identique à celle de payer un loyer à l'entreprise Brochet. Le surplus de l'État est donné par (1.10), en fait ici l'État agit comme le propriétaire de la rivière, et donc :

$$SE_t = t^* P^* = \left(\frac{76}{3} - \frac{8}{3}\sqrt{34}\right)\left(\frac{1}{3}\sqrt{34} - \frac{2}{3}\right) \simeq 12.49$$

Le surplus de B est donc la différence entre (1.11) et celui de l'État :

$$SB_t = SS_t - SA_t - SE_t = -\left(\frac{92}{27}\sqrt{34} - \frac{424}{27}\right) \simeq -4.17.$$

http://pascal.favard.free.fr/

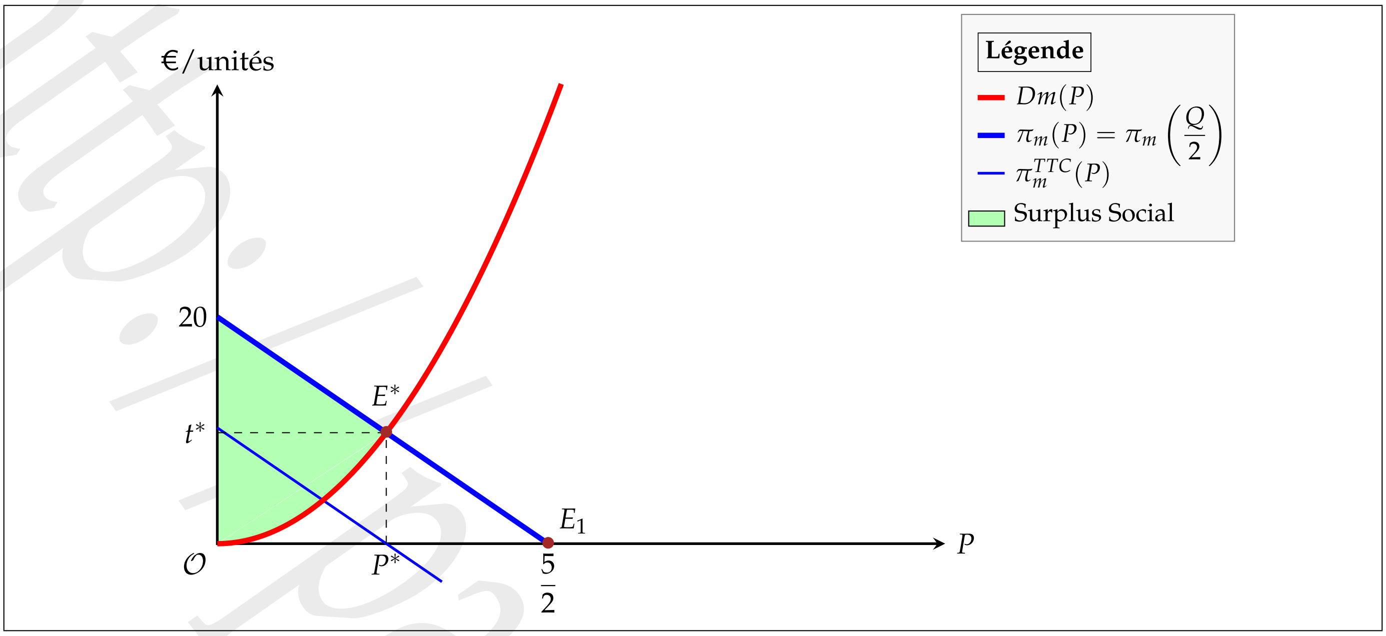


Figure 1.3 : La taxe pigouvienne

Attention : l'ordonnée à l'origine de $\pi_m^{TTC}(P)$ est plus grande que t^*.

Exercice 4 : Quand on aime le doubitchou on aime le kloug aux marrons ! Examinons un hypothétique marché concurrentiel où une seule firme produit un bien « comestible » le Kloug, K. Ce bien n'a pas de substitut proche pour les consommateurs. Pour chaque unité produite de ce bien, une unité de pollution est émise. Cette pollution, caractérisée par une mauvaise odeur, génère un dommage sur la population. La seule façon de réduire la pollution c'est de réduire la quantité de bien produite, Q_K. Le dommage marginal de la pollution est $Dm(P) = 2P$ où P est la quantité de pollution rejetée. Le coût marginal de production de K est $Cm(Q_K) = 2Q_K + 30$ où Q_K est la quantité totale de bien K produite dans cette économie. Dans ce processus de production il n'y a pas de coût fixe. La demande inverse $\mathcal{Z}(Q_K)$ est linéaire : $\mathcal{Z}(Q_K) = 450 - 2Q_K$. Il n'y a aucune dynamique dans cette économie et les consommateurs ne font pas le lien entre leur consommation et la pollution émise.

1 – Quel est le niveau de pollution à l'équilibre concurrentiel ?
2 – Quel est le surplus social dans ce cas ?
3 – Quel est l'optimum social ?
4 – Quelle perte sociale génère le « laisser-faire » ?
5 – Quelle est la fonction de taxe marginale, $\Gamma m(P)$, qui conduirait cette économie à l'optimum social en prélevant par unité de pollution émise le minimum ?
6 – Quel est le montant, τ^*, de la taxe pigouvienne ? Comparez avec la question précédente.

Levons, à présent, l'hypothèse irréaliste de concurrence pure et parfaite.

7 – Comment qualifier l'entreprise ?
8 – Quel est le niveau de pollution ?
9 – Quel est le surplus social dans ce cas ?
10 – Supposons que l'on taxe l'entreprise en utilisant $\Gamma m(P)$, quel est le niveau de pollution ?
11 – Comparez tous les cas.

http://pascal.favard.free.fr/

Solution :

1) Sur un marché concurrentiel l'offre inverse, $\mathcal{S}(Q_K)$, c'est la fonction de coût marginal [1]. L'équilibre concurrentiel, $EC = \left(Q_K^{EC}, p_K^{EC}\right)$, est donc donné par l'intersection de la courbe de demande inverse et la courbe de coût marginal « privé » (cf. Figure 1.4).

$$\mathcal{S}(Q_K) = 2Q_K + 30 = 450 - 2Q_K = \mathcal{Z}(Q_K)$$

$$\Rightarrow Q_K^{EC} = 105$$

avec comme prix de marché d'une unité de Kloug :

$$p_K^{EC} = Cm(105) = 240$$

Le niveau de pollution à l'équilibre concurrentiel est donc $P^{EC} = 105$ puisque $Q_K^{EC} = 105$. Dans ce cas les consommateurs subissent un dommage dû à l'externalité négative générée par la production du Kloug. Le dommage marginal à l'équilibre $Dm(P^{EC})$ est égal à $2P^{EC}$ soit 210.

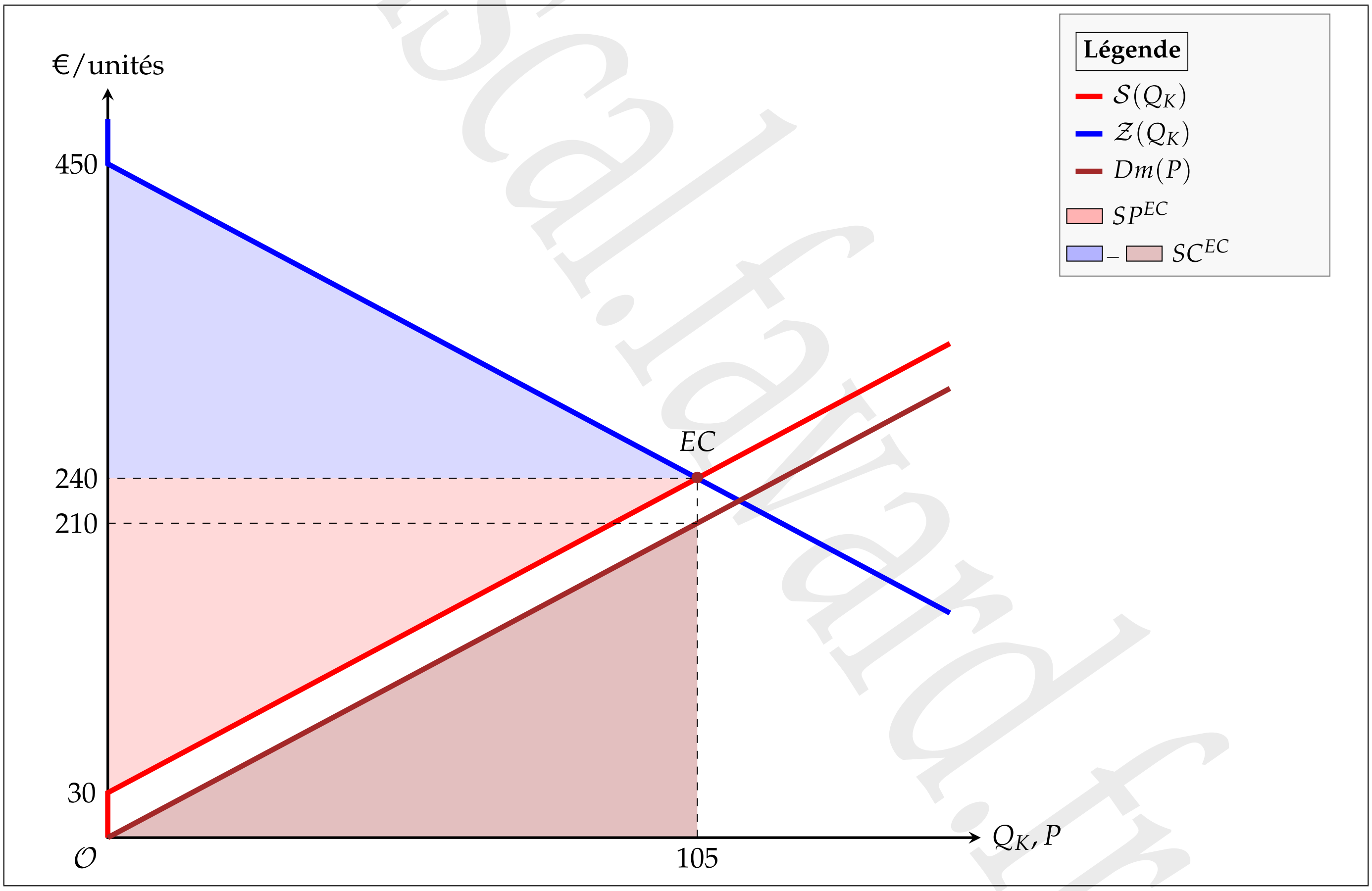


Figure 1.4 : Marché concurrentiel

2) Il faut tout d'abord calculer le surplus du producteur et celui des consommateurs.

i. Le surplus du secteur productif, SP^{EC}, est donné par l'aire du triangle [2] $[(0,30); EC; (0,240)]$, (cf. Figure 1.4), soit :

$$SP^{EC} = \frac{105(240-30)}{2} = 105^2 = 11025.$$

1. Ici le minimum du coût variable moyen, seuil de fermeture, est 30. Donc pour un prix plus petit que 30, l'offre inverse est confondue avec l'axe des ordonnées.

2. Ici l'intégrale du coût marginal donne le coût total puisqu'il n'y a pas de coût fixe.

ii. Le surplus des consommateurs, SC^{EC}, est le surplus net généré par la consommation du Kloug moins le dommage dû à la pollution. C'est donc la différence, (cf. Figure 1.4), entre l'aire du triangle $[(0,450); EC; (0,240)]$ et l'aire du triangle $[(0,0); (105,0); (105,210)]$, soit :

$$SC^{EC} = \frac{105(450-240)}{2} - \frac{105 * 210}{2} = 0.$$

Le surplus social à l'équilibre concurrentiel, SS^{EC}, c'est la somme des deux surplus précédents, soit :

$$SS^{EC} = SP^{EC} + SC^{EC} = 11025 + 0 = 11025.$$

3) A l'équilibre concurrentiel l'entreprise génère une externalité négative. Celle-ci crée un dommage pour la population, ici les consommateurs. Nous savons qu'en présence d'externalités le premier théorème de l'économie du bien-être n'est pas vérifié. L'équilibre concurrentiel n'est donc pas l'optimum social. Pour atteindre l'optimum il faut donc que l'entreprise internalise les coûts liés à la pollution. Au lieu que le secteur productif n'intègre dans ses calculs que les coûts de production il faut donc qu'il rajoute à ceux-ci les dommages induits. L'optimum est alors donné par l'intersection de la courbe de coût marginal « social » avec la courbe de demande (cf. Figure 1.5). La courbe de coût marginal social c'est la somme verticale de la courbe de coût marginal « privé » et de la courbe de dommage marginal. $CmSo$ est donc donné par :

$$CmSo(Q_K) = Cm(Q_K) + Dm(Q_K) = (2Q_K + 30) + 2Q_K = 4Q_K + 30$$

et l'optimum social, $OS = (Q_K^{OS}, P_K^{OS})$, est donné par l'égalisation du coût marginal social de production du Kloug et de la disposition marginale maximale à payer des consommateur pour le Klug :

$$CmSo(Q_K) = \mathcal{Z}(Q_K) \Rightarrow 4Q_K + 30 = 450 - 2Q_K \Rightarrow Q_K^{OS} = 70$$

avec : $CmSo^{OS} = 310$. Le niveau de pollution à l'optimum est de $P^{OS} = 70$ puisque $Q_K^{OS} = 70$, donc : $OS = (70, 70)$. À l'optimum la quantité produite de Kloug est plus petite qu'en concurrence ce qui entraîne mécaniquement un niveau de pollution plus faible. Dans ce cas les consommateurs subissent toujours un dommage dû à la pollution générée par la production du Kloug. Le dommage marginal à l'optimum, Dm^{OS}, est égal à $2P^{OS}$ soit 140, et il est bien sûr inférieur à Dm^{EC}.

4) Avant toute chose, il faut calculer le coût marginal social à l'équilibre concurrentiel, $CmSo^{EC}$, et donc que le niveau de pollution est P^{EC}. On a donc :

$$CmSo^{EC} = 4P^{EC} + 30 = 4 \times 105 + 30 = 450.$$

La perte sociale, Δ_1, générée en concurrence par un niveau de pollution trop élevé est donc l'aire du triangle $[OS; EC; (Q_K^{EC}, CmSo^{EC})]$, (cf. Figure 1.5), soit :

$$\Delta_1 = \frac{1}{2}(105 - 70)(450 - 240) = 3675.$$

Le surplus social à l'optimum, noté SS^{OS}, est donc la somme du surplus social à l'équilibre concurrentiel et de Δ_1. Il est donc plus grand que SS^{EC} :

$$SS^{OS} = SS^{EC} + \Delta_1 = 11025 + 3675 = 14700.$$

http://pascal.favard.free.fr/

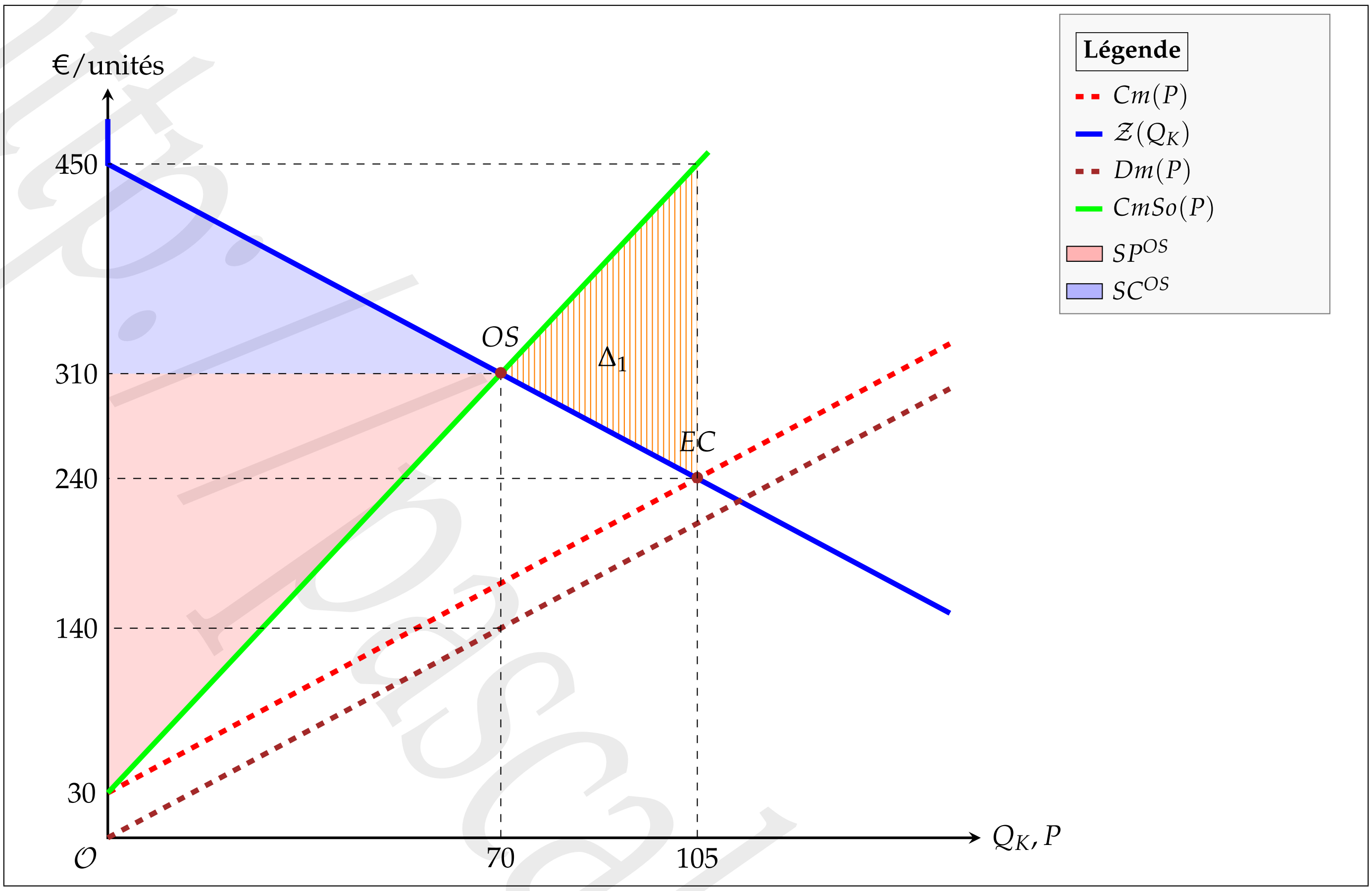


Figure 1.5 : Optimum social

5) Cette taxe doit permettre d'internaliser le dommage social et donc conduire les entreprises à produire la quantité optimale socialement. Rappelons que $Dm(Q_K) = 2Q_K$ donc le montant minimal Γ que l'État doit prélever sur le secteur productif dépend de la quantité de Kloug que ce secteur produit et donc de la pollution qu'il émet. Le taux de taxe n'est pas constant, chaque unité produite étant taxée différemment. La taxe marginale Γm doit donc être au minimum égale au dommage marginal, donc :

$$\Gamma m(Q_K) = 2Q_K. \tag{1.1}$$

Graphiquement, (cf. Figure 1.6), cela revient à déplacer la courbe de coût marginal « privé », par rotation autour de l'ordonnée à l'origine, pour qu'elle vienne se confondre avec la courbe de coût marginal « social ».

6) Si on souhaite une taxe par unité de production constante, cas de la taxe pigouvienne, alors la taxe par unité produite est la différence entre le coût marginal social et le coût marginal privé, ces deux fonctions évaluées au niveau de production optimal socialement. Dans ce cas, l'État prélève plus qu'il ne faut pour que le secteur productif produise la quantité socialement optimale. En fait ici on fait subir à la courbe de coût marginal une translation vers le haut, (cf. Figure 1.6), pour qu'elle passe par OS. Donc :

$$\tau^* = CmSo(Q_K^{OS}) - Cm(Q_K^{OS}) = 310 - 170 = 140€/\text{kg}.$$

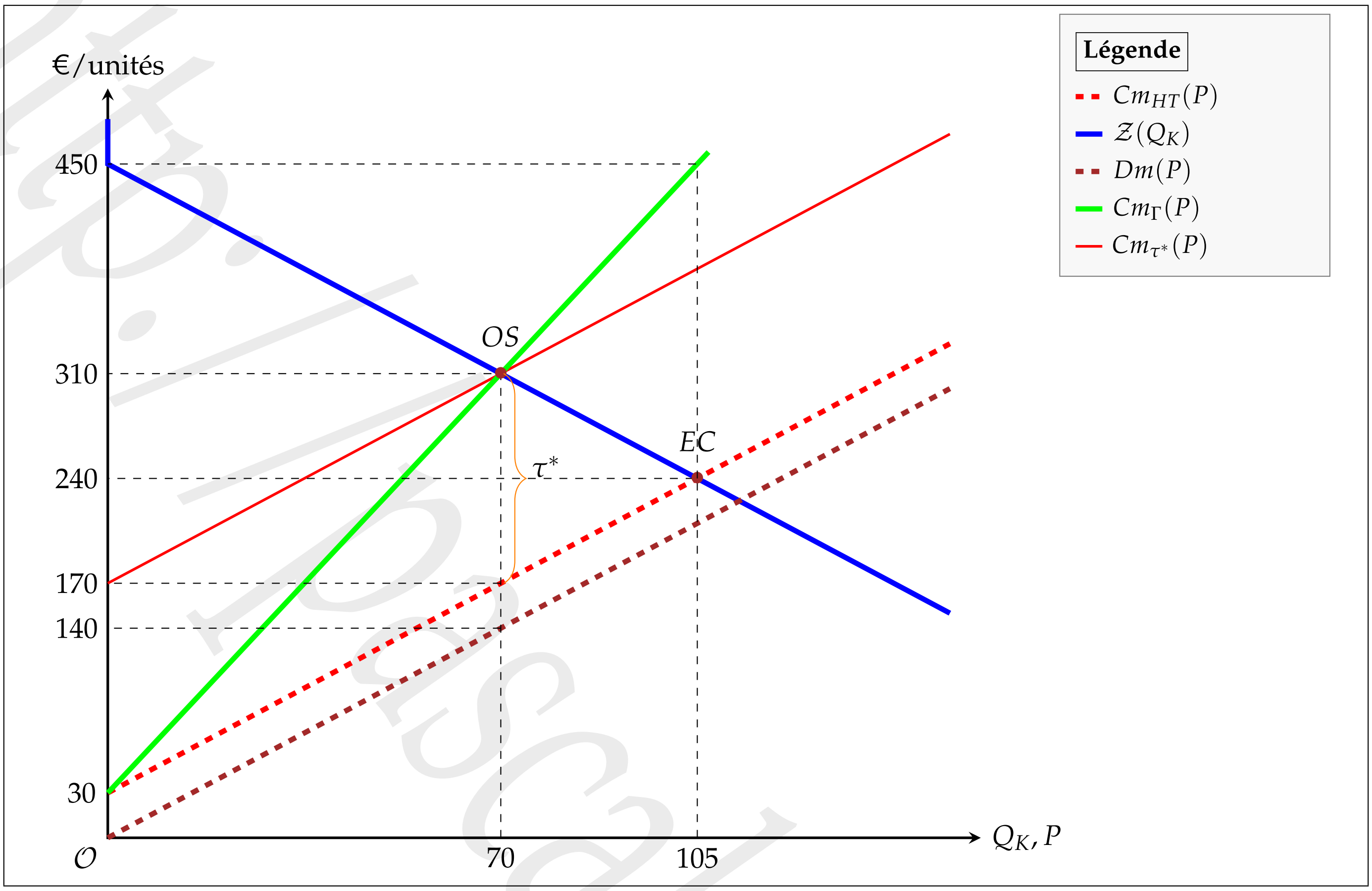


Figure 1.6 : Taxe pigouvienne ?

7) L'entreprise est un monopole puisqu'elle est la seule à produire le Kloug et que ce bien n'a pas de substitut proche aux yeux des consommateurs.

8) Pour obtenir la quantité produite par le monopole il faut égaliser sa recette marginale (Rm) et son coût marginal. Calculons tout d'abord la recette marginale. Soit $R()$ la recette totale :

$$R(Q_K) = Z(Q_K)Q_K = (450 - 2Q_K)\, Q_K = 450Q_K - 2Q_K^2,$$

et donc :

$$Rm(Q_K) = \frac{\mathrm{d}R(Q_K)}{\mathrm{d}Q_K} = 450 - 4Q_K,$$

et donc pour trouver l'équilibre de monopole, EM, on doit résoudre :

$$Rm(Q_K) = Cm(Q_K) \Rightarrow 450 - 4Q_K = 2Q_K + 30$$

$$\Rightarrow Q_K^{EM} = 70,$$

et donc :

$$Rm^{EM} = Cm^{EM} = 170,$$

Le niveau de pollution à l'équilibre de monopole est donc $P^{EM} = 70$ puisque $Q_K^{EM} = 70$. Dans ce cas les consommateurs subissent un dommage dû à la pollution générée par la production du Kloug. Le dommage marginal à l'équilibre de monopole Dm^{EM} est égal à $2P^{EM}$ soit 140. Pour obtenir le prix au Kg du Kloug, Z^{EM}, il faut utiliser la fonction de demande :

$$Z^{EM} = 450 - 2 \times 70 = 310$$

L'équilibre de monopole est donc l'optimum social.

http://pascal.favard.free.fr/

9) Il faut tout d'abord calculer le surplus du monopole et celui des consommateurs.

i. Surplus du monopole SP^{EM}

Dans ce cas il est donné par la différence entre la recette totale $70 * 310$ du monopole et l'aire du trapèze $[(0,0);(0,30);(Q_K^{EM}, Cm^{EM});(Q_K^{EM},0)]$ qui représente le coût de production, soit :

$$SP^{EM} = 21700 - \frac{70(170+30)}{2} = 14700.$$

ii. Surplus des consommateurs SC^{EM}

C'est en fait la différence entre le surplus net généré par la consommation du Kloug et le dommage dû à la pollution, soit l'aire du triangle $[(0,450); EM; (0,310)]$ moins l'aire du triangle $[(0,0);(Q_K^{EM},0);(Q_K^{EM}, Dm^{EM})]$ soit :

$$SC^{EM} = \left[\frac{70(450-310)}{2}\right] - \left[\frac{70*140}{2}\right] = 0.$$

Surplus social en présence d'un monopole, noté SS^{EM}, est la somme des deux surplus précédents, soit :

$$SS^{EM} = SP^{EM} + SC^{EM} = 14700 + 0 = 14700.$$

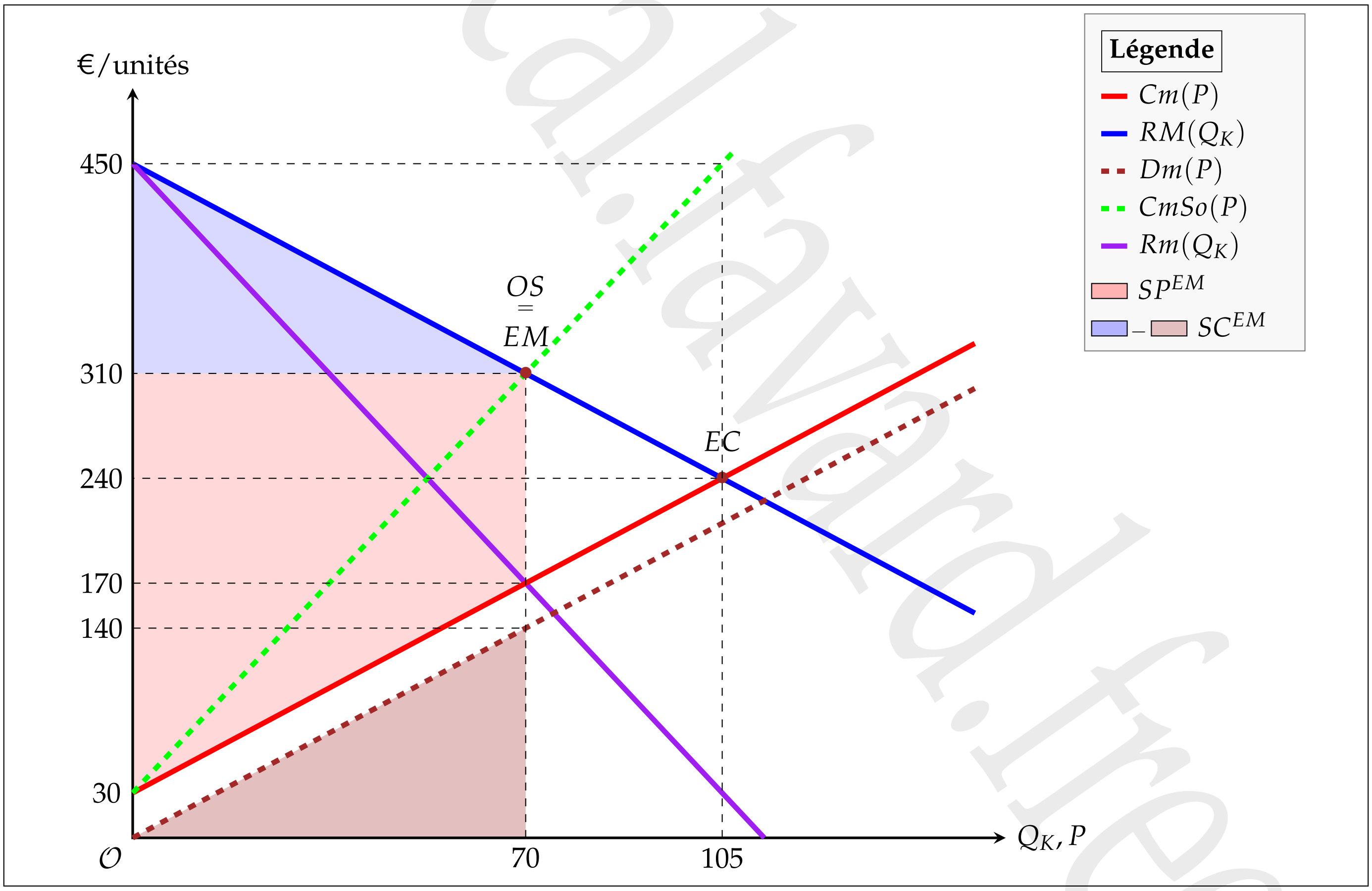


Figure 1.7 : Monopole

10) Cette taxe doit permettre d'internaliser le dommage social et donc conduire le monopole à produire la quantité socialement optimale. Rappelons que $Dm(Q_K) = 2Q_K$ donc $\Gamma(Q_K) = 2Q_K$, donnée par (1.1). La quantité alors produite sera donnée par :

$$Rm(Q_K) = CmSo(Q_K) \Rightarrow 450 - 4Q_K = 4Q_K + 30 \Rightarrow Q_K^{EMt} = \frac{105}{2} = 52.5,$$

et donc :

$$Rm^{EMt} = CmSo^{EMt} = 4 \cdot \frac{105}{2} + 30 = 240.$$

Le niveau de pollution à l'équilibre de monopole est donc $P^{EMt} = \frac{105}{2}$ puisque $Q_K^{EMt} = \frac{105}{2}$. Dans ce cas les consommateurs subissent un dommage dû à la pollution générée par la production du Kloug. Le dommage marginal à l'équilibre de monopole avec taxe Dm^{EMt} est égal à $2P^{EMt}$ soit 105. Pour obtenir le prix au Kg du Kloug, Z^{EM}, il faut utiliser la fonction de demande :

$$Z^{EMt} = 450 - 2\left(\frac{105}{2}\right) = 345.$$

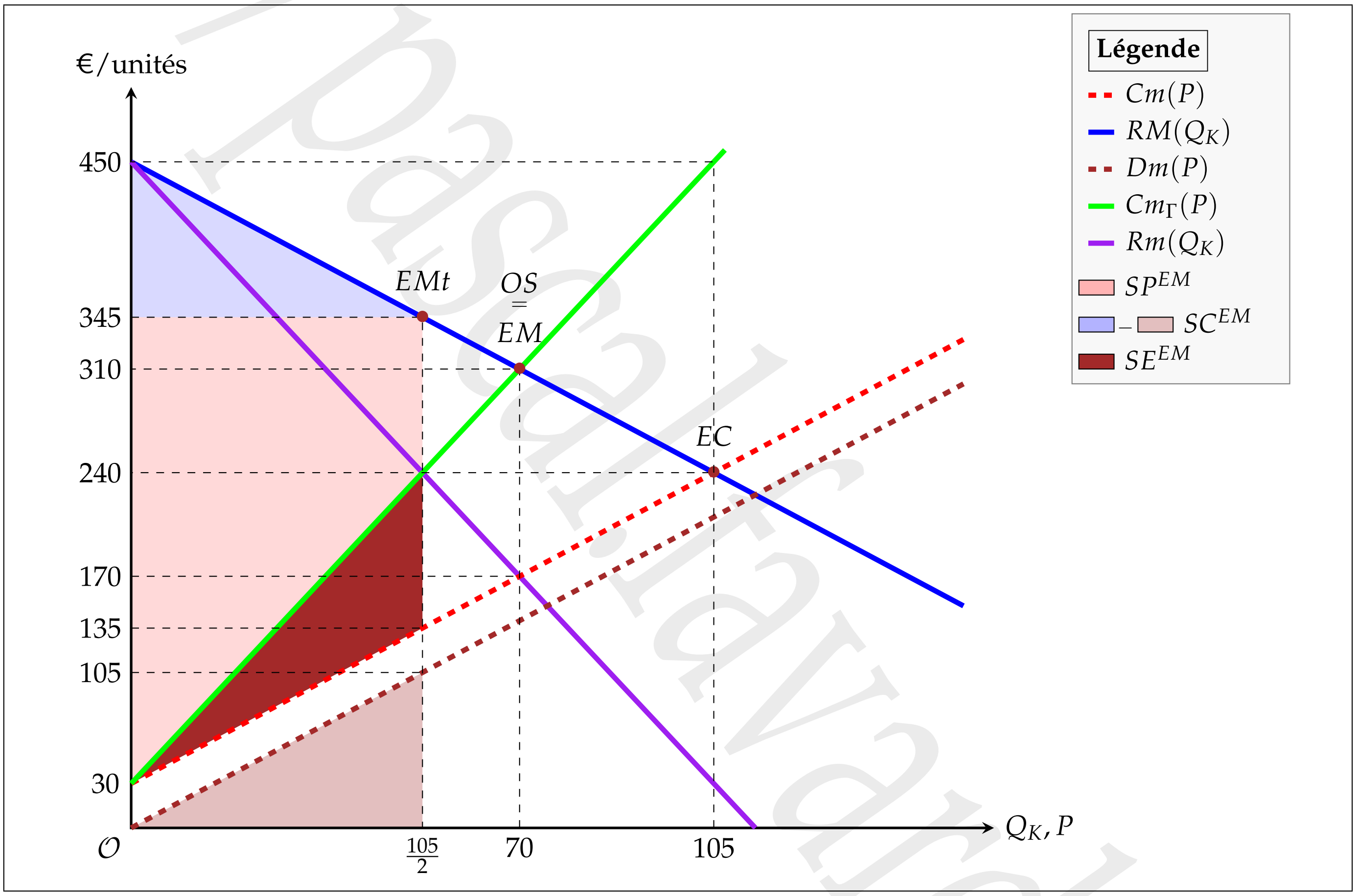


Figure 1.8 : Monopole taxé

11) Calculons tout d'abord les surplus des agents :

i. Surplus du monopole SP^{EMt}

C'est la recette totale $Z^{EMt} \cdot Q_K^{EMt}$ moins l'aire du trapèze (cf. Figure 1.8) :

$$\left[(0,0)\,;(0,30);(Q_K^{EMt}, CmSo^{EMt});(Q_K^{EMt},0)\right]$$

soit :

$$SP^{EMt} = 345 * \frac{105}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{105}{2}(240+30)\right) = 11025$$

ii. Surplus des consommateurs SC^{EMt}

C'est le surplus net généré par la consommation du Kloug moins le dommage dû à la pollution soit l'aire du triangle (cf. Figure 1.8) : $\left[(0,450); EMt; (0, Z^{EMt})\right]$ moins l'aire du triangle :

$$\left[(0,0);(Q_K^{EMt}, Dm^{EMt});(Q_K^{EMt},0)\right]$$

http://pascal.favard.free.fr/

soit :

$$SC^{EMt} = \frac{1}{2}\left(\frac{105}{2}(450-345)\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{105}{2} * 105\right) = 0$$

iii. Surplus de l'État SE^{EMt}

C'est l'aire du triangle (cf. Figure 1.8) :

$$\left[(0,30)\,;(Q_K^{EMt}, CmSocial^{EMt}); (Q_K^{EMt}, Cm(Q_K^{EMt}))\right]$$

soit, puisque $Cm(\frac{105}{2}) = 2\frac{105}{2} + 30 = 135$:

$$SE^{EMt} = \frac{1}{2}\frac{105}{2}(240-135) = \frac{11025}{4} = 2756.25$$

Surplus social en présence d'un monopole taxé, noté SS^{EMt}, c'est la somme des trois surplus précédents, soit :

$$SS^{EMt} = 11025 + 0 + \frac{11025}{4} = \frac{55125}{4} = 13781.25$$

Dans ce cas le surplus social à l'optimum est égal au surplus social lorsqu'une seule entreprise produit. Taxer ce monopole n'est pas optimal si l'on ne considère que ce marché. En effet, cela nous éloigne de l'optimum. Dans ce cas, en terme de surplus social, il vaut mieux un monopole qu'un marché concurrentiel.

En terme de surplus social c'est, par construction, à l'optimum social que cette économie atteint le niveau le plus élevé. Dans cet exercice le surplus social est le même à l'équilibre de monopole et à l'optimum social, c'est évidemment un cas particulier dû à la forme des fonctions. Notons que dans ces deux cas la répartition du surplus social n'est pas la même, puisque l'optimum social est plus favorable aux consommateurs en terme de surplus. Comme le dommage marginal est croissant, l'équilibre concurrentiel est la pire des situation en terme de surplus social. C'est normal puisqu'il conduit à la production de bien et donc de pollution la plus élevée.

	EC	OS	EM	EMt
P	105	70	70	52.5
Perte Sociale	$\Delta_1 = 3675$	0	$\Delta_2 = 0$	$\Delta_3 = 918.75$
SP	11025	9800	14700	11025
SC	0	4900	0	0
SE	0	0	0	2756.25
SS	11025	14700	14700	13781.25

Tableau 1.2 : Le bilan

Exercice 5 : L'addition s'il vous plaît ! L'entreprise Alhuile, A, retraite les huiles de vidange et rejette de la pollution dans le golfe Pomme. Dans les eaux de ce golfe, des marins-pêcheurs pêchent le hareng. Pour simplifier, on supposera qu'ils sont regroupés au sein d'une seule entreprise, notée H. Bien évidemment l'activité de pêche est affectée négativement par la pollution. La fonction de dommage de H est $D(P) = P^3 + P^2$ où P est la quantité de pollution rejetée par A dans le golfe. Le

http://pascal.favard.free.fr/

bénéfice retiré par A de son activité -polluante- est $B(Q) = -Q^3 + Q^2 + 24Q$ où Q est le niveau de production de A. Chaque fois que A traite une unité elle rejette une unité de pollution. L'économie considérée n'est composée d'aucun autre agent. Il n'y a aucune dynamique dans cette économie.

• Si aucun droit de propriété n'est défini :

1 – Quel est le niveau de pollution ?

2 – Quel est le surplus social dans ce cas ?

• Supposons que pour des raisons politiques les marins-pêcheurs soient « tout puissants ». Le golfe Pomme est donc de fait leur propriété, dans ce cadre :

3 – Quel est le niveau de pollution ?

4 – Quel « loyer » unitaire doit verser A à H ?

5 – Quel est le surplus social ?

• Supposons à présent que comme le golfe Pomme est dans les eaux territoriales, l'État en soit le gestionnaire :

6 – Quel est le niveau de pollution optimal ?

7 – Quel est le montant de la taxe pigouvienne ?

8 – Quel est le surplus social ?

Solution :

1) Étude des différentes fonctions.

i. Étude de la fonction de dommage marginal $D(P)$:

$$D(P) = P^3 + P^2 \tag{1.1}$$

$$\Rightarrow Dm(P) = \frac{\mathrm{d}D(P)}{\mathrm{d}P} = 3P^2 + 2P > 0 \tag{1.2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2 D(P)}{\mathrm{d}P^2} &= 6P + 2 > 0 \\ \Rightarrow \frac{\mathrm{d}^3 D(P)}{\mathrm{d}P^3} &= 6 > 0 \end{aligned}$$

ii. Étude de la fonction de bénéfice marginal après changement de variable :

$$B(Q) = -P^3 + P^2 + 24P \text{ car } P = Q \tag{1.3}$$

$$\Rightarrow Bm(P) = \frac{\mathrm{d}B(P)}{\mathrm{d}P} = -3P^2 + 2P + 24 \tag{1.4}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2 B(P)}{\mathrm{d}P^2} = -6P + 2$$

iii. Sans droit de propriété le pollueur produit la quantité qui annule son bénéfice marginal [1], en utilisant (1.4) :

$$-3P^2 + 2P + 24 = 0$$

1. Lorsque le bénéfice marginal est positif le pollueur a intérêt à produire une unité supplémentaire et donc par voie de conséquence à polluer une unité de plus. Si il est négatif il a intérêt à produire une unité de moins.

http://pascal.favard.free.fr/

les solutions de cette équation sont $P = \frac{1}{3}\sqrt{73} + \frac{1}{3}$ ou $P = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}73$ et une seule est positive donc le niveau de pollution en « laissez-faire » est :

$$P_0 = \frac{1}{3}\sqrt{73} + \frac{1}{3} \simeq 3.18. \tag{1.5}$$

2) Calculons tout d'abord les surplus des agents :

i. Surplus de A :

$$SA_0 = \int_0^{\frac{1}{3}\sqrt{73}+\frac{1}{3}} -3P^2 + 2P + 24 \, \mathrm{d}P = \frac{146}{27}\sqrt{73} + \frac{218}{27} \simeq 54.26. \tag{1.6}$$

ii. Surplus de H :

$$SH_0 = -\int_0^{\frac{1}{3}\sqrt{73}+\frac{1}{3}} 3P^2 + 2P \, \mathrm{d}P = -\frac{82}{27}\sqrt{73} - \frac{442}{27} \simeq -42.32. \tag{1.7}$$

Le surplus social est :

$$SS_0 = SA_0 + SH_0 = \frac{64}{27}\sqrt{73} - \frac{224}{27} \simeq 11.94 \tag{1.8}$$

3) Pour déterminer le niveau de pollution optimal il faut égaliser [2] $Bm(P)$ donné par (1.4) à $Dm(P)$ donné par (1.2) :

$$Dm(P) = 3P^2 + 2P = -3P^2 + 2P + 24 = Bm(P)$$

$$\Leftrightarrow 6P^2 = 24 \Rightarrow P = \pm 2P$$

étant une quantité positive, le niveau de pollution dans le cas qui nous intéresse est :

$$P^* = 2. \tag{1.9}$$

Le niveau de pollution lorsque la rivière appartient à B, (1.9), est inférieur à celui trouvé dans le cas où la rivière n'appartient à personne, (1.5). La création d'un droit de propriété permet de résoudre le problème d'externalité négative que pose la pollution, ceci en internalisant et donc en créant un marché de la pollution ($B(P^*) = -2^3 + 2^2 + 48 = 44$ et $D(P^*) = 2^3 + 2^2 = 12$.)

4) Il suffit de calculer le bénéfice marginal ou le dommage marginal en P^* donné par (1.9) pour trouver le montant du loyer unitaire noté l :

$$Bm(P^*) = 3 \times 2^2 + 2 \times 2 = 16 = -3 \times 2^2 + 2 \times 2 + 24 = Dm(P^*)$$

$$\Rightarrow l^* = 16. \tag{1.10}$$

Le montant payé par le pollueur pour pouvoir polluer à hauteur de P^*, noté $L(P^*)$ est :

$$L(P^*) = l \times P^* = 16 \times 2 = 32. \tag{1.11}$$

5) Calculons tout d'abord les surplus des agents :

2. Si $Bm(P) > Dm(P)$ alors le pollué a intérêt à autoriser le pollueur à déverser une unité supplémentaire de pollution dans la rivière. En effet, le pollueur est prêt à payer une somme plus importante que celle que souhaite recevoir le pollué. (vice-versa)

http://pascal.favard.free.fr/

i. Surplus de A :

$$SA^* = \int_0^2 -3P^2 + 2P + 24 \, \mathrm{d}P - L(P^*) = B(P^*) - L(P^*) = 44 - 32 = 12 \tag{1.12}$$

ii. Surplus de H :

$$SH^* = -\int_0^2 3P^2 + 2P \, \mathrm{d}P + L(P^*) = D(P^*) + L(P^*) = -12 + 32 = 20 \tag{1.13}$$

Le surplus social est tel que :

$$SS^* = SA^* + SH^* = B(P^*) - D(P^*) = 44 - 12 = 32. \tag{1.14}$$

Le surplus social (1.14), lorsque la pollution est internalisée, est plus grand que dans le cas où les droits de propriété ne sont pas définis (1.8). L'internalisation d'une externalité négative augmente toujours le surplus social, en revanche elle n'augmente pas forcément le surplus de chaque agent. Dans notre cas, le surplus du pollueur (1.12) est plus petit lorsque les droits de propriété sont donnés au pollué que dans le cas où aucun droit n'est défini (1.6).

6) Le niveau optimal est le niveau P^* défini en (1.9).
7) Pour trouver le niveau t^* de la taxe il faut calculer, par exemple, le niveau du dommage marginal lorsque la pollution est P^*. Ce niveau est en fait l^* donné en (1.10). L'État perçoit donc un prélèvement total égal à $L(P^*)$ donné par (1.11).
8) Le surplus social est donc donné par (1.14). Dans ce cas il se décompose en trois parties, le surplus de l'État, le surplus de A et celui de H. Le surplus de A est donné par (1.12). Le surplus de l'État est donné par (1.11) et donc : $SE^* = 32$ et donc le surplus de H est la différence entre (1.13) et celui de l'État : $SH^* = -12$.

Illustration : « Donner un prix au carbone : le cas d'école de l'aluminium » Les Echos : Philippe Chalmin et Yves Jégourel le 24/11/2015 à 01:00

Les dérèglements observés sur le marché de l'aluminium illustrent de façon remarquable la nécessité impérieuse d'intégrer le prix du CO2 dans les facteurs de production pour lutter efficacement contre le réchauffement climatique.

A l'approche de la COP21, les observateurs s'interrogent quant aux résultats concrets que l'on peut en espérer au-delà des engagements de façade. En réalité, la seule contrainte qui orienterait enfin l'humanité vers un avenir climatique plus favorable serait de donner au CO2 un prix suffisamment élevé pour inciter les industries à modifier leur mix énergétique.

Le rêve serait bien sûr une taxe suffisamment élevée (50 dollars voire 100 dollars la tonne) pour motiver des évolutions technologiques majeures. Mais encore faudrait-il qu'elle soit vraiment universelle, et donc appliquée par les pays émergents dont les choix énergétiques restent souvent limités au charbon et au pétrole. On pense à l'Inde et à la Chine qui, malgré d'incontestables efforts en matière d'énergies non carbonées, dépend encore pour plus de 70% du charbon. Or il est clair que la mise en place d'un mécanisme donnant au carbone un prix quelque peu prohibitif modifierait nombre d'équilibres industriels.

Le dernier rapport du groupe d'études Aluwatch montre que de ce point de vue, l'aluminium est un passionnant cas d'école. Sur le marché mondial son prix a rarement été aussi bas et, à 1.600 dollars la tonne, on peut estimer que les deux tiers de la production mondiale ne couvrent pas leurs coûts : en cause, des surcapacités massives en particulier en provenance de la Chine qui représente, avec 30 millions de tonnes, 58% de la production mondiale.

De tous les métaux, l'aluminium est de loin le plus énergétivore : une tonne d'aluminium consomme en moyenne 14.000 kilowattheures (kWh), un chiffre certes en baisse (il était de 17.000 en 1980) mais qui, rapporté à la production mondiale, représentait une consommation en 2014 de 690.000 GWh. Historiquement, les usines d'aluminium s'installèrent à proximité de sources d'énergie hydroélectrique : vallées alpines et pyrénéennes en France, Suisse, Norvège, Canada, Russie. Mais en Chine, 90% de l'énergie utilisée par les « smelters » proviennent du charbon et, en fin de compte, la dernière tonne d'aluminium produite l'est à partir du charbon. En l'espace de vingt ans, la consommation de charbon par l'industrie chinoise de l'aluminium est passée de 20.000 à 350.000 GWh !

On peut comprendre le souci de la Chine de disposer de sa propre industrie pour assurer son indépendance industrielle. Mais on peut s'interroger sur la rationalité de ce choix : quel est, en effet, l'intérêt de développer une industrie fortement consommatrice d'une énergie polluante, alors même que la maîtrise de l'environnement figure au sommet de l'agenda de Xi Jinping ?

Une tonne d'aluminium produite à partir de carbone émet en moyenne 14 tonnes de CO_2 (l'industrie de l'aluminium représente 1% des émissions mondiales de CO_2). Dans la situation actuelle, le développement chinois, qui pèse sur les prix mondiaux, entraîne la fermeture de capacités de production assises sur des énergies « propres » comme l'hydroélectricité ou le nucléaire.

Attribuer un prix au carbone changerait totalement la donne. En imaginant la tonne de CO_2 à 50 dollars, le prix de revient chinois se trouverait augmenté de 700 dollars la tonne, ce qui permettrait de réorienter la production d'aluminium sur de nouvelles base... un peu plus loin du charbon. Ce serait d'ailleurs là rendre service aux autorités chinoises, manifestement dépassées par l'exubérance de leurs entreprises !

http://pascal.favard.free.fr/

Chapitre 2

Monopole Naturel

Sommaire

Exercice 6 : Groland Télécom Dans la Présipauté de Groland il y a une seule entreprise sur le marché des télécommunications. Cette entreprise, la GT, n'a pour le moment, développé que le téléphone filaire. La fonction de coût total de cette entreprise est $C(q) = \frac{q^2}{2} + 140$, où q est la quantité produite. La demande totale sur ce marché est $D(p) = max\{30 - p, 0\}$, où p est le prix unitaire du bien considéré.

1 – Comment qualifie-t-on la GT en économie ?

2 – Quel serait sur ce marché l'équilibre si on supposait que l'on se trouve en concurrence pure et parfaite ?

3 – Quel est le surplus social dans ce cas ?

4 – Quel est l'équilibre sur ce marché qui n'est pas concurrentiel ?

5 – Quel est le surplus social dans ce cas ?

6 – Quel est l'équilibre sans rationnement sur ce marché si la GT est réglementée, l'État lui imposant l'équilibre budgétaire ?

7 – Faites un dessin qui regroupe de façon claire tous les résultats précédents et commentez ceux-ci.

8 – Est-il optimal pour l'État d'ouvrir le marché à une autre entreprise en tout point identique à la GT, comment appelle-t-on la GT ?

Solution :

1) C'est un monopole.

2) La fonction d'offre en concurrence pure et parfaite est la courbe de coût marginal [1]. La fonction de coût marginal $Cm(q)$ est :

$$Cm(q) = \frac{dC(q)}{dq} = q, \tag{2.1}$$

et la demande inverse notée $D^{-1}(q)$ (qui est aussi la fonction de recette moyenne notée $RM(q)$) est donnée par :

$$D^{-1}(q) = max\{30 - q, 0\}. \tag{2.2}$$

Donc l'équilibre concurrentiel, $EC = (q^*, p^*)$, est donné par l'intersection de la courbe de coût marginal et de demande inverse, utilisons (2.1) et (2.2). C'est donc la solution de :

$$D^{-1}(q) = 30 - q^* = q^* = Cm(q).$$

$$\Rightarrow q^* = 15 \text{ unités}, \tag{2.3}$$

et en remplaçant q^* par sa valeur dans (2.2) on a :

$$p^* = 15 \text{ Argent de Chez Nous par unité}. \tag{2.4}$$

Avec (2.3) et (2.4) on obtient :

$$EC = (q^*, p^*) = (15, 15). \tag{2.5}$$

3) Le profit de la GT en EC, $\pi(q^*)$, est donc :

1. Ici le seuil de fermeture est égal à zéro, le minimum du coût variable moyen.

http://pascal.favard.free.fr/

$$\pi^* = \pi(q^*) = p^*q^* - C(q^*) = 15^2 - \left(\frac{15^2}{2} + 140\right) = -\frac{55}{2} = -27.5. \tag{2.6}$$

Le surplus des consommateurs à l'équilibre, SC^*, est l'aire du triangle $[(0,15)\,; EC; (0,30)]$, donc :

$$SC^* = \frac{15^2}{2} = 112.5 \tag{2.7}$$

Le surplus social $W(q)$ est donné, en utilisant (2.7) et (2.6), par :

$$W^* = \pi(q^*) + SC^* = 85. \tag{2.8}$$

4) Nous cherchons l'équilibre de monopole $E_{mo} = (q_{mo}, p_{mo})$. Calculons la recette marginale du monopole $Rm(q)$ à partir de la recette totale $R(q)$:

$$R(q) = D^{-1}(q)q = -q^2 + 30q$$
$$\Rightarrow Rm(q) = \frac{\mathrm{d}R(q)}{\mathrm{d}q} = 30 - 2q. \tag{2.9}$$

En égalisant la recette marginale et le coût marginal en utilisant (2.1) et (2.9) on a :

$$-2q_{mo} + 30 = q_{mo}$$
$$\Rightarrow q_{mo} = 10 \text{ unités} \tag{2.10}$$

ce qui donne dans (2.2) :

$$p_{mo} = -q_{mo} + 30 = 20 \text{ Argent de Chez Nous par unité.} \tag{2.11}$$

Donc (2.10) et (2.11) impliquent :

$$E_{mo} = (q_{mo}, p_{mo}) = (10, 20). \tag{2.12}$$

5) Le profit de la GT est donc :

$$\pi_{mo} = \pi(q_{mo}) = p_{mo}q_{mo} - C(q_{mo}) = 200 - (\frac{10^2}{2} + 140) = 10. \tag{2.13}$$

Le surplus des consommateurs est l'aire du triangle $[(0,20)\,; E_{mo}; (0,30)]$, donc :

$$SC_{mo} = \frac{10^2}{2} = 50. \tag{2.14}$$

Le surplus social est donné, en utilisant (2.14) et (2.13), par :

$$W_{mo} = \pi(q_{mo}) + SC_{mo} = 60. \tag{2.15}$$

6) Le coût moyen de la GT noté $CM(q)$ est donné par :

$$CM(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{q}{2} + \frac{140}{q}, \tag{2.16}$$

et la recette moyenne notée $RM(q)$ est donnée par (2.2) puisqu'il ne peut pas y avoir de rationnement.

http://pascal.favard.free.fr/

Imposer l'équilibre budgétaire au monopole, noté $E_b = (q_b, p_b)$, c'est lui imposer de faire un profit nul. Cela revient à trouver la quantité de production qui égalise la recette moyenne, donnée par (2.2), et le coût moyen donné par (2.16), donc :

$$RM(q_b) = CM(q_b) \Rightarrow 30 - q_b = \frac{q_b}{2} + \frac{140}{q_b}$$

$$\Rightarrow -q_b^2 + 30q_b = \frac{q_b^2}{2} + 140 \Rightarrow -\frac{3q_b^2}{2} + 30q_b - 140 = 0.$$

Ce polynôme du second degré à deux solutions réelles :

$$\begin{aligned} q_{b1} &= 10 - \frac{2}{3}\sqrt{3}\sqrt{5} \simeq 7.42, \\ q_{b2} &= \frac{2}{3}\sqrt{3}\sqrt{5} + 10 \simeq 12.58. \end{aligned}$$

En utilisant (2.2) on a :

$$\begin{aligned} p_{b1} &= -\left(10 - \frac{2}{3}\sqrt{3}\sqrt{5}\right) + 30 = \frac{2}{3}\sqrt{3}\sqrt{5} + 20 \simeq 22.58, \\ p_{b2} &= -\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}\sqrt{5} + 10\right) + 30 = 20 - \frac{2}{3}\sqrt{3}\sqrt{5} \simeq 17.42. \end{aligned}$$

Le monopole propose donc à l'État deux équilibres $E_{b1} = (q_{b1}, p_{b1})$ et $E_{b2} = (q_{b2}, p_{b2})$. L'État choisira l'équilibre qui conduit au surplus social le plus élevé. Le profit de la GT est donc nul. Le surplus des consommateurs, qui est donc le surplus social, est l'aire du triangle :

$$SC_{b1} = \left[\left(0, \frac{2}{3}\sqrt{3}\sqrt{5} + 20\right); E_{b1}; (0, 30)\right],$$

ou celle du triangle :

$$SC_{b2} = \left[\left(0, 20 - \frac{2}{3}\sqrt{3}\sqrt{5}\right); \mathbb{E}_{b2}; (0, 30)\right],$$

donc :

$$SC_{b1} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}\sqrt{5} - 10\right)^2 \simeq 27.51, \tag{2.17}$$

$$SC_{b2} = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}\sqrt{5} + 10\right)^2 \simeq 79.15. \tag{2.18}$$

L'État choisit donc l'équilibre $E_b = E_{b2} = \left(\frac{2\sqrt{15}}{3} + 10, 20 - \frac{2\sqrt{15}}{3}\right)$ qui donne le surplus social le plus élevé.

7) On a : $q^* > q_b > q_{mo}, p^* < p_b < p_{mo}$, et $W^* > W_b > W_{mo}$. L'État qui a pour objectif de maximiser le surplus social, souhaite que le monopole réglementé produise la quantité de concurrence. Mais pour cela il doit le subventionner. Si socialement il lui est impossible de collecter cette subvention, son second choix (second best) est de réguler le monopole en lui imposant l'équilibre budgétaire.

http://pascal.favard.free.fr/

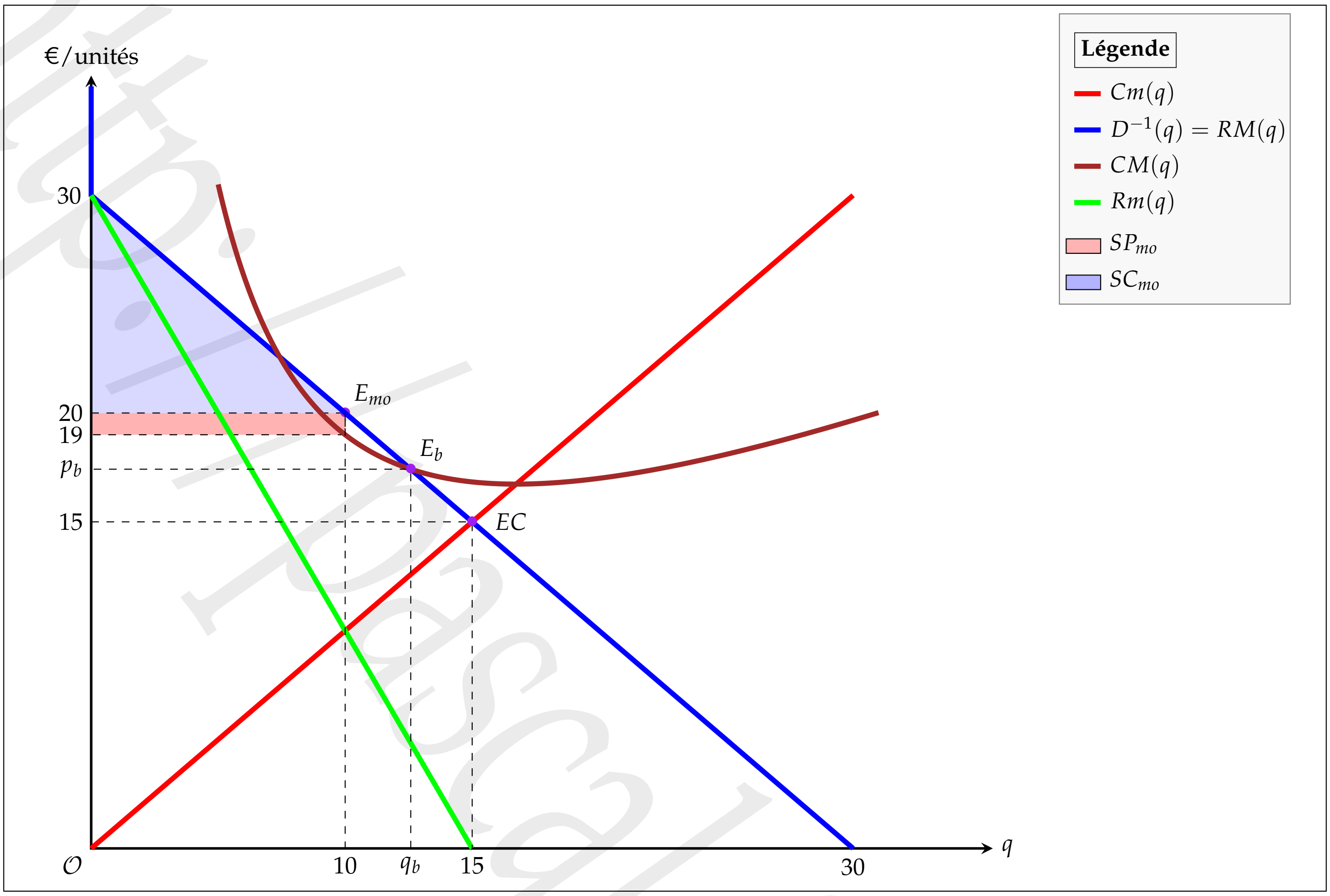


Figure 2.1 : Les différents équilibres

8) Non, la GT est un monopole naturel. Il suffit de faire la somme horizontale, $CM_2(q)$, des deux fonctions de coût moyen, donc $CM_2(q) = CM(\frac{q}{2})$. Cette nouvelle fonction de coût moyen cumulée n'a pas d'intersection avec la demande inverse.

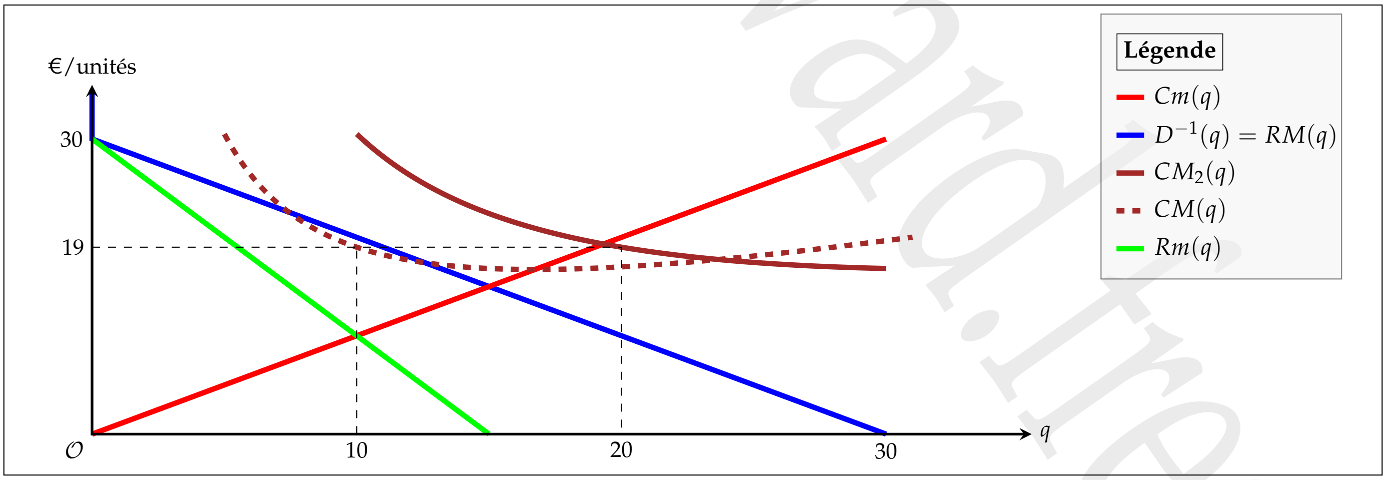


Figure 2.2 : Ouvrir le marché ?

Exercice 7 : Électricité De Moldavie En République de Moldavie il y a une seule entreprise sur le marché de l'électricité, EDM. La fonction de coût total de cette entreprise est $C(q) = \frac{q^3}{45} + 160$, où q est la quantité produite. La demande totale sur ce marché est $D(p) = max\{30 - p, 0\}$, où p est le prix unitaire du bien considéré.

1 – Comment qualifie-t-on la EDM en économie ?
2 – Quel serait, sur ce marché, l'équilibre si on supposait que l'on se trouve en concurrence pure et parfaite ?
3 – Quel est le surplus social dans ce cas ?
4 – Quel est l'équilibre sur ce marché qui n'est pas concurrentiel ?
5 – Quel est le surplus social dans ce cas ?
6 – Comment déterminer la quantité produite à équilibre sur ce marché si EDM est réglementée, l'État souhaitant maximiser le surplus social tout en imposant au monopole l'équilibre budgétaire et de satisfaire la demande ? On notera $E_b = (q_b, p_b)$ l'équilibre recherché. Site de calcul des solutions d'une équation du troisième degré.
7 – Quel est le surplus social dans ce cas ?
8 – Faites un dessin qui regroupe de façon claire tous les résultats précédents et commentez ceux-ci.
9 – Est-il optimal pour l'État d'ouvrir le marché à une autre entreprise en tout point identique à la EDM, comment appelle-t-on la EDM ?

Solution :

1) C'est un monopole.

2) La fonction d'offre en concurrence pure et parfaite est la courbe de coût marginal [1]. La fonction de coût marginal $Cm(q)$ est :

$$Cm(q) = \frac{\mathrm{d}C(q)}{\mathrm{d}q} = \frac{q^2}{15}, \tag{2.1}$$

et la demande inverse notée $D^{-1}(q)$ (qui est aussi la fonction de recette moyenne notée $RM(q)$) est donnée par :

$$D^{-1}(q) = 30 - q. \tag{2.2}$$

Donc l'équilibre $EC = (q^*, p^*)$ est donné par l'intersection de la courbe de coût marginal et de demande inverse, utilisons (2.1) et (2.2) :

$$D^{-1}(q^*) = 30 - q^* = \frac{(q^*)^2}{15} = Cm(q^*).$$

Ce polynôme admet deux solutions $q = 15$ ou $q = -30$ mais q^* est positif donc :

$$q^* = 15 \text{ unités}, \tag{2.3}$$

et donc en remplaçant q^* par sa valeur dans (2.2) on a :

$$p^* = 15 \text{ MDL par unité}. \tag{2.4}$$

On a donc $EC = (15, 15)$.

3) Le profit de la EDM, $\pi(q^*)$ est donc :

$$\pi^* = \pi(q^*) = p^*q^* - C(q^*) = (15)^2 - \left(\frac{15^3}{45} + 160\right) = -10. \tag{2.5}$$

1. Ici le seuil de fermeture est égal à zéro, le minimum du coût variable moyen.

http://pascal.favard.free.fr/

Le surplus des consommateurs $SC(q^*)$ est l'aire du triangle $[(0,15)\,;EC;(0,30)]$, donc :

$$SC^* = \frac{15^2}{2} = 112.5. \tag{2.6}$$

Le surplus social $W(q^*)$ est donné, en utilisant (2.6) et (2.5), par :

$$W^* = \pi^* + SC^* = -10 + 112,5 = 102.5. \tag{2.7}$$

4) Nous cherchons l'équilibre de monopole $E_{mo} = (q_{mo}, p_{mo})$. Calculons la recette marginale du monopole $Rm(q)$ à partir de la recette totale $R(q)$.

$$R(q) = D^{-1}(q)q = -q^2 + 30q \tag{2.8}$$

$$\Rightarrow Rm(q) = \frac{\mathrm{d}R(q)}{\mathrm{d}q} = 30 - 2q. \tag{2.9}$$

En égalisant la recette marginale et le coût marginal en utilisant (2.1) et (2.9) on a :

$$30 - 2q_{mo} = \frac{(q_{mo})^2}{15}.$$

Ce polynôme admet deux solutions $q = 15\sqrt{3} - 15$ ou $q = -15\sqrt{3} - 15$ mais q^* est positif donc :

$$q_{mo} = 15\left(\sqrt{3}-1\right) \simeq 10.98 \text{ unités}, \tag{2.10}$$

ce qui donne dans (2.2) :

$$p_{mo} = -q_{mo} + 30 = 30 - 15\left(\sqrt{3}-1\right) = 15\left(2+1-\sqrt{3}\right) = 15\left(3-\sqrt{3}\right) \simeq 19.02 \text{ MDL par unité.} \tag{2.11}$$

On a donc $E_{mo} = \left(15\left(\sqrt{3}-1\right), 15\left(3-\sqrt{3}\right)\right)$.

5) Le profit d'EDM est donc :

$$\pi(q_{mo}) = p_{mo}q_{mo} - C(q_{mo}) = (15)^2\left(\sqrt{3}-1\right)\left(3-\sqrt{3}\right) - \frac{\left(15\left(\sqrt{3}-1\right)\right)^3}{45} - 160 \simeq 19.42. \tag{2.12}$$

Le surplus des consommateurs est l'aire du triangle

$$\left[\left(0, 15\left(3-\sqrt{3}\right)\right); \left(15\left(\sqrt{3}-1\right), 15\left(3-\sqrt{3}\right)\right); (0,30)\right],$$

donc :

$$SC_{mo} = \frac{\left(15\left(\sqrt{3}-1\right)\right)^2}{2} \simeq 60.29. \tag{2.13}$$

Le surplus social est donné, en utilisant (2.13) et (2.12), par :

$$W_{mo} = \pi(q_{mo}) + SC_{mo} =$$

$$(15)^2\left(\sqrt{3}-1\right)\left(3-\sqrt{3}\right) - \frac{\left(15\left(\sqrt{3}-1\right)\right)^3}{45} - 160 + \frac{\left(15\left(\sqrt{3}-1\right)\right)^2}{2}.$$

$$\Rightarrow W_{mo} \simeq 79.71. \tag{2.14}$$

6) Le coût moyen noté $CM(q)$ est donné par :

$$CM(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{q^2}{45} + \frac{160}{q}, \tag{2.15}$$

et la recette moyenne notée $RM(q)$ est donnée par (2.2) puisqu'il n'y a pas de rationnement. Imposer l'équilibre budgétaire au monopole, noté $E_b = (p_b, q_b)$, c'est lui imposer de faire un profit nul. Cela revient à trouver la quantité de production qui égalise la recette moyenne, donnée par (2.2), et le coût moyen donné par (2.15) et donc :

$$RM(q_b) = CM(q_b) \Rightarrow -q_b + 30 = \frac{(q_b)^2}{45} + \frac{160}{q_b} \Rightarrow q_b^3 + 45q_b^2 - 1350q_b + 7200 = 0.$$

Faisons le changement de variable suivant : $q_b = x - \frac{45}{3} = x - 15$. L'équation devient $x^3 - 2025x + 34200 = 0$, en applicant la formule de Cardan on obtient deux racines positives : $q_1 = 14.26114291575$ et $q_2 = 7.555973641772$. Ces deux racines sont situées sur la partie décroissante de la fonction de coût moyen. Pour maximiser le surplus des consommateurs et donc le surplus social puisque le profit du monopole est nul, la quantité solution est $q_b = q_1$. En utilisant (2.2) on a : $p_b = -q_b + 30 \simeq 15.74$. Le monopole propose donc à l'État l'équilibre : $E_b = (q_b, p_b) = (14.26, 15.74)$.

7) Le profit d'EDM est donc nul. Le surplus des consommateurs, qui est donc le surplus social, est l'aire du triangle $[(0, 15.74)\,; E_b; (0, 30)]$, donc : $W_b = SC_b \simeq 101.67$.

8) On a : $q^* > q_b > q_{mo}$, $p^* < p_b < p_{mo}$ et $W^* > W_b > W_{mo}$. L'État qui a pour objectif de maximiser le surplus social, souhaite que le monopole réglementé produise la quantité de concurrence. Mais pour cela il doit le subventionner. Si socialement il lui est impossible de collecter cette subvention, son second choix est de réguler le monopole en lui imposant l'équilibre budgétaire.

http://pascal.favard.free.fr/

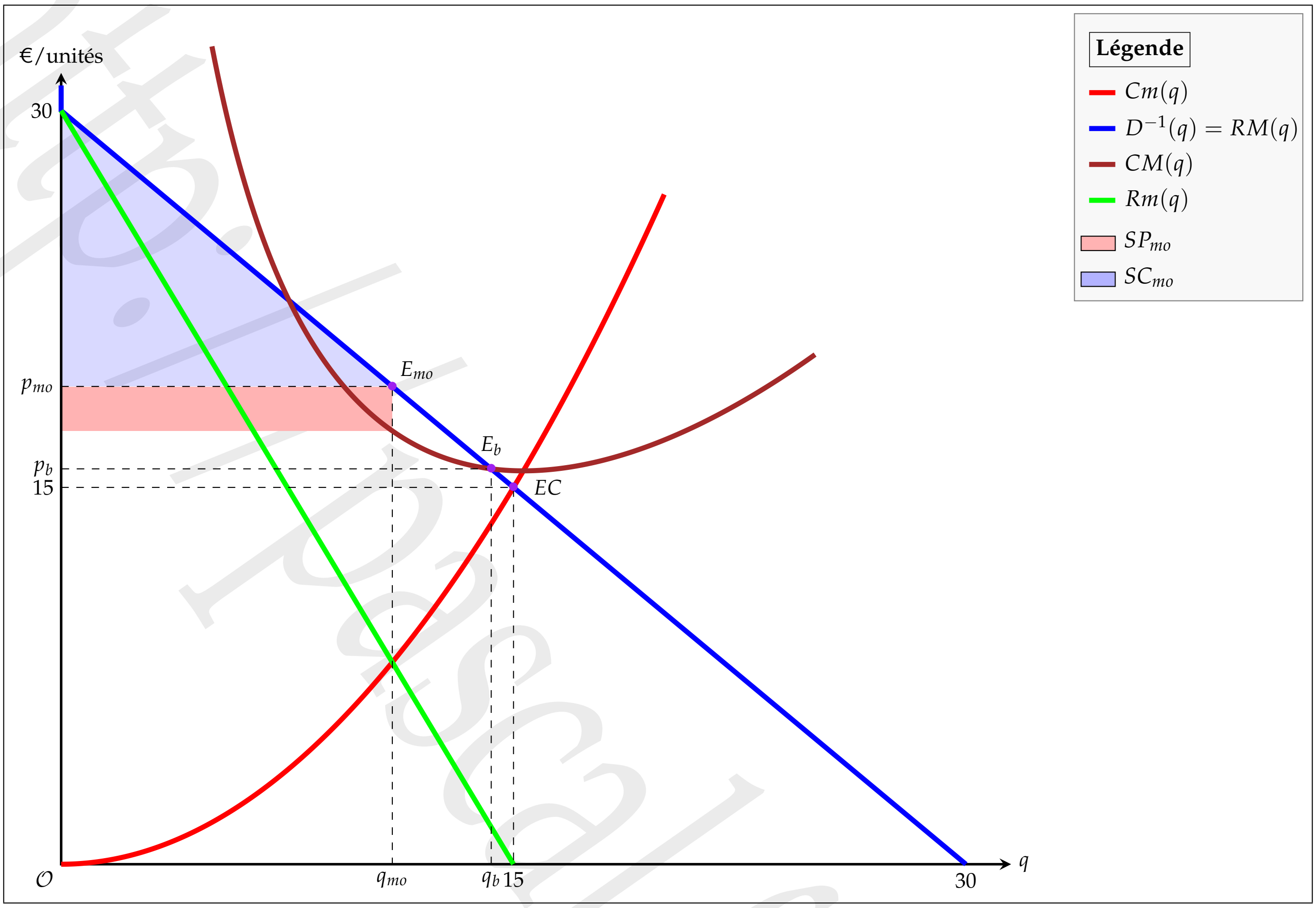


Figure 2.3 : Les différents équilibres

9) Non, EDM est un monopole naturel. Il suffit de faire la somme horizontale, $CM_2(q)$, des deux fonctions de coût moyen, donc $CM_2(q) = CM(\frac{q}{2})$. Cette nouvelle fonction de coût moyen cumulée n'a pas d'intersection avec la demande inverse.

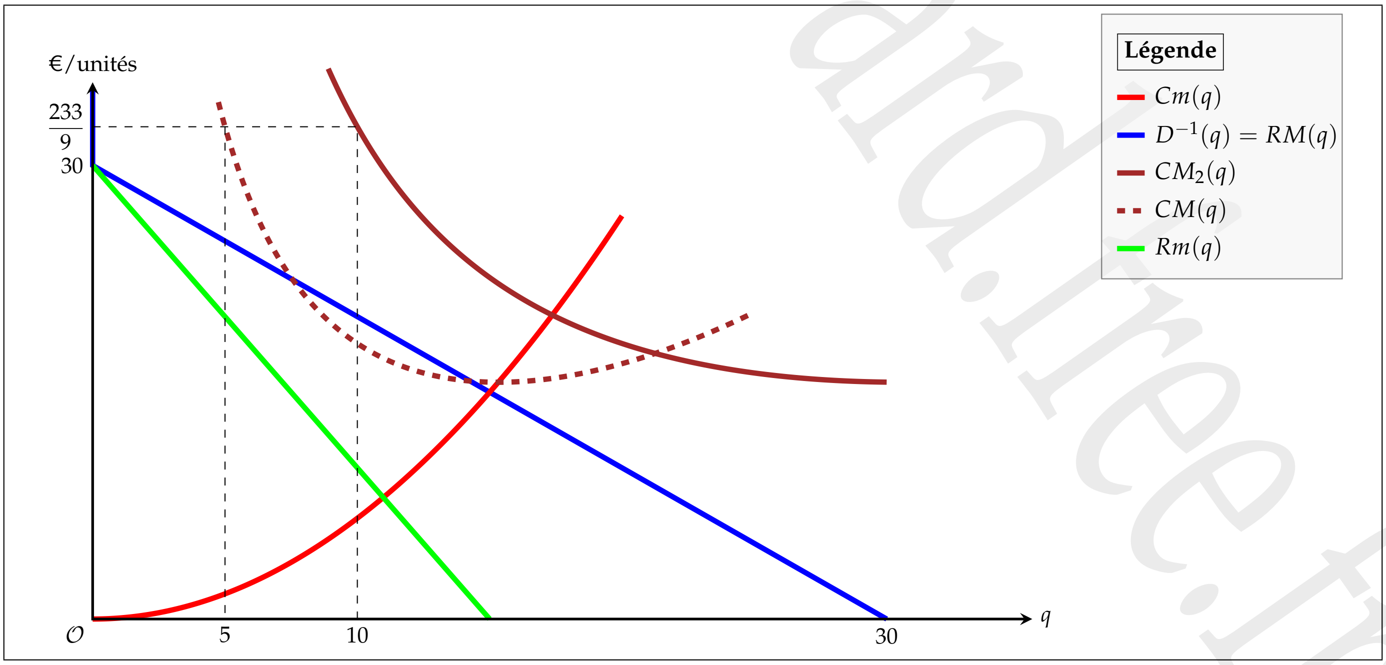


Figure 2.4 : Ouvrir les marchés

Exercice 8 : Groland Gazprom Dans la Présipauté de Groland il y a une seule entreprise, la GG, sur le marché de la distribution du gaz. La fonction de coût total de la GG est :

$$C(q) = 1800 + 20q, \tag{2.1}$$

où q est la quantité de gaz distribuée. Dans la Présipauté, il y a deux types d'acheteurs de gaz : les « industriels », indicés i, et les « ménages », indicés m. La demande des industriels sur le marché du gaz est :

$$D_i(p_i) = max\{100 - p_i, 0\}, \tag{2.2}$$

où p_i est le prix unitaire du gaz pour les industriels et la demande des ménages sur ce marché est :

$$D_m(p_m) = max\{120 - 2p_m, 0\}, \tag{2.3}$$

où p_m est le prix unitaire du gaz pour les ménages.

Supposons que l'État et la GG considère seulement la demande totale, $\mathcal{D}(\cdot)$, sur le marché du gaz. Il n'y a donc qu'un seul marché.

1 – Déterminez $\mathcal{D}(\cdot)$.

2 – Quel serait le surplus social sur ce marché si on faisait l'hypothèse héroïque que l'on se trouve en concurrence pure et parfaite ?

3 – Quel est le surplus social sur ce marché qui n'est pas concurrentiel ?

4 – Quel est le surplus social si la GG est réglementée, l'État lui imposant l'équilibre budgétaire et lui interdisant de rationner la consommation ?

5 – Commentez et représentez graphiquement tout ce qui précède. Est-il optimal pour l'État d'ouvrir le marché à une autre entreprise en tout point identique à la GG, pourquoi ?

Supposons à présent que l'État et la GG différencient les deux groupes d'acheteurs de gaz, i.e. les industriels et les ménages.

6 – Combien y-a-t-il de marchés du gaz ?

7 – Supposons que l'État impose $p_m = p_i = \dfrac{140 - 10\sqrt{10}}{3} \simeq 36.13$, quel est le profit de la GG ? Quel est le surplus social ? Calculez les élasticités prix.

8 – L'État change d'avis et décide que le prix unitaire du gaz peut être différent suivant les marchés. Supposons qu'il impose $p_m = 30$ et $p_i = 40$, quel est le profit de la GG ? Quel est le surplus social ? Calculez les élasticités prix. Comparez les résultats obtenus avec ceux obtenus dans la question précédente.

9 – Si l'État souhaite atteindre le plus grand surplus social et que dans le même temps la GG soit à l'équilibre budgétaire, quel est le programme qu'il doit résoudre ? Écrire ce programme mathématique très rigoureusement dans le cas général, montrez que les CN1 impliquent que le produit du mark-up et de l'élasticité doit être le même sur tous les marchés. Trouvez la solution de ce programme dans le cadre de cet exercice.

10 – Quel est le nom de la tarification solution du programme précédent ?

Solution :

http://pascalfavard.free.fr/

1) La demande totale est la somme verticale de la demande totale des ménages (2.3) et celle des industriels (2.2). On a donc :

$$\mathcal{D}(p) = max\{220 - 3p, 100 - p, 0\}. \tag{2.4}$$

2) La fonction d'offre en concurrence pure et parfaite est la courbe de coût marginal [1]. La fonction de coût marginal $Cm(q)$ en utilisant (2.1) est :

$$Cm(q) = \frac{dC(q)}{dq} = 20. \tag{2.5}$$

La demande inverse, notée $\mathcal{D}^{-1}(q)$, qui est aussi la fonction de recette moyenne, notée $\mathcal{R}M(q)$, en utilisant (2.4) est donnée par :

$$\mathcal{D}^{-1}(q) = \mathcal{R}M(q) = \begin{cases} 100 - q, \text{ si } q \in [0, 40] \\ \frac{220 - q}{3}, \text{ si } q \in]40, 220] \\ 0, \text{ sinon.} \end{cases} \tag{2.6}$$

L'équilibre concurrentiel, $EC = (q^*, p^*)$, est donné par l'intersection (cf. Figure 2.5) de la courbe de coût marginal (2.5) et de la courbe de demande inverse (2.6). C'est donc la solution de :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}^{-1}(q^*) = \frac{220 - q^*}{3} &= 20 = Cm(q*) \\ &\Rightarrow q^* = 160, \end{aligned} \tag{2.7}$$

et en remplaçant q^* par sa valeur dans (2.6) on a :

$$p^* = 20. \tag{2.8}$$

Avec (2.7) et (2.8) on obtient :

$$EC = (q^*, p^*) = (160, 20). \tag{2.9}$$

Le profit de la GG en EC, $\pi(q^*)$, est donc :

$$\pi^* = \pi(q^*) = p^*q^* - C(q^*) = 3200 - (1800 + 3200) = -1800. \tag{2.10}$$

Le surplus des consommateurs à l'équilibre, SC^*, est l'aire de la surface $[(0, 100); a; EC; (0, 20)]$, donc :

$$SC^* = \frac{40(100 - 60)}{2} + 40(60 - 20) + \frac{(60 - 20)(160 - 40)}{2} = 4800. \tag{2.11}$$

Le surplus social $W(q)$ est donné, en utilisant (2.11) et (2.10), par :

$$W^* = \pi^* + SC^* = 3000. \tag{2.12}$$

3) Il faut tout d'abord déterminer l'équilibre de monopole, $E_{mo} = (q_{mo}, p_{mo})$. Calculons la recette marginale du monopole $\mathcal{R}m(q)$ à partir de la recette totale $R(q)$.

$$\mathcal{R}(q) = \mathcal{D}^{-1}(q)q = \begin{cases} 100q - q^2, \text{ si } q \in [0, 40] \\ \frac{220q - q^2}{3}, \text{ si } q \in]40, 220] \\ 0, \text{ sinon} \end{cases}$$

1. Ici le seuil de fermeture est égal à 20, le minimum du coût variable moyen.

http://pascal.favard.free.fr/

$$\Rightarrow \mathcal{R}m(q) = \frac{d\mathcal{R}(q)}{dq} = \begin{cases} 100 - 2q, \text{ si } q \in]0, 40] \\ \dfrac{220 - 2q}{3}, \text{ si } q \in [40, 220] \\ 0, \text{ sinon.} \end{cases} \tag{2.13}$$

Notons que la fonction de recette est continue et que la fonction de recette marginale est elle discontinue. Les quantités candidates pour être solution du programme du monopole doivent égaliser la recette marginale et le coût marginal. Les candidats sont donc au nombre de deux, q_1 et q_2, en utilisant (2.5) et (2.13) on a : $q_1 = 40$ et $q_2 = 80$. Ce qui donne dans (2.6) : $p_1 = 60$ et $p_2 = \frac{140}{3}$. On doit calculer le profit de la GG pour ces deux couples quantité-prix et déterminer $E_{mo} = (q_{mo}, p_{mo})$. Le profit de la GG est : $\pi(q) = pq - C(q) = pq - 1800 - 20q$, donc $\pi_1 = -600$ et $\pi_2 = \frac{1000}{3} \simeq 333.33$. La solution du programme de maximisation du profit de la GG est :

$$\begin{cases} \pi_{mo} = \dfrac{1000}{3} \\ q_{mo} = 80 \\ p_{mo} = \dfrac{140}{3} \\ \\ E_{mo} = \left(80, \dfrac{140}{3}\right). \end{cases} \tag{2.14}$$

Le surplus des consommateurs est l'aire de la surface $[(0, 100)\,; a; E_{mo}; (0, \frac{85}{2})]$ (cf. Figure 2.5), donc :

$$SC_{mo} = 40^2 = 1600. \tag{2.15}$$

Le surplus social est donné, en utilisant (2.15) et (2.14), par :

$$W_{mo} = \pi(q_{mo}) + SC_{mo} = \frac{5800}{3} \simeq 1933.33. \tag{2.16}$$

4) Le coût moyen de la GG, noté $CM(q)$, est donné en divisant (2.1) par q :

$$CM(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{1800}{q} + 20, \tag{2.17}$$

cette fonction est strictement décroissante. Cette propriété de la fonction de coût moyen nous assure que le surplus des consommateurs sera maximum lorsque la demande n'est pas rationnée. La recette moyenne notée $\mathcal{R}M(q)$ est donc donnée par (2.6). Imposer l'équilibre budgétaire au monopole, noté $E_b = (q_b, p_b)$, c'est lui imposer de faire un profit nul. Cela revient à trouver la quantité de production qui égalise la recette moyenne, donnée[2] par (2.6), et le coût moyen donné par (2.17), donc :

$$\mathcal{R}M(q_b) = CM(q_b) \Rightarrow \frac{220 - q_b}{3} = \frac{1800}{q_b} + 20 \Rightarrow -q_b^2 + 160q_b - 5400 = 0.$$

Ce polynôme du second degré à deux solutions réelles positives :

$$\begin{aligned} q_{b1} &= 80 - 10\sqrt{10} \simeq 48,38 \\ q_{b2} &= 80 + 10\sqrt{10} \simeq 111,62. \end{aligned}$$

2. Il suffit de faire un rapide calcul pour vérifier que la courbe de coût moyen n' a pas d'intersection avec la première partie de la demande inverse.

http://pascal.favard.free.fr/

En utilisant (2.6) on a :

$$\begin{aligned} p_{b1} &= \frac{140 + 10\sqrt{10}}{3} \simeq 57.21, \\ p_{b2} &= \frac{140 - 10\sqrt{10}}{3} \simeq 36.13. \end{aligned}$$

Le monopole[3] « propose » donc à l'État deux équilibres $E_{b1} = (q_{b1}, p_{b1})$ et $E_{b2} = (q_{b2}, p_{b2})$. L'État choisira l'équilibre qui conduit au surplus social le plus élevé. Le profit de la GG est nul, le surplus des consommateurs, qui est donc le surplus social, est :

$$SC_{b1} = aire\ de \left[(0, 100); a; E_{b1}; \left(0, \frac{140 + 10\sqrt{10}}{3} \right) \right],$$

ou celle du triangle :

$$SC_{b2} = aire\ de \left[(0, 100); a; E_{b2}; \left(0, \frac{140 - 10\sqrt{10}}{3} \right) \right],$$

donc :

$$SC_{b1} = \frac{5300 - 800\sqrt{10}}{3}, \tag{2.18}$$

$$SC_{b2} = \frac{5300 + 800\sqrt{10}}{3}. \tag{2.19}$$

L'État choisit donc l'équilibre $E_b = E_{b2} = \left(80 + 10\sqrt{10}, \frac{140 - 10\sqrt{10}}{3} \right)$ qui donne le surplus social le plus élevé :

$$W_b = SC_{b2} = \frac{5300 + 800\sqrt{10}}{3} \simeq 2609.7. \tag{2.20}$$

5) On a : $q^* > q_b > q_{mo}$, $p^* < p_b < p_{mo}$, et $W^* > W_b > W_{mo}$. L'État qui a pour objectif de maximiser le surplus social, souhaite que le monopole réglementé produise la quantité de concurrence. Mais pour cela il doit le subventionner. S'il lui est impossible de collecter cette subvention, son second choix (second best) est de réguler le monopole en lui imposant l'équilibre budgétaire.

3. Il est quant à lui indifférent entre ces deux couples prix-quantité puisque son profit est nul dans tous les cas.

http://pascal.favard.free.fr/

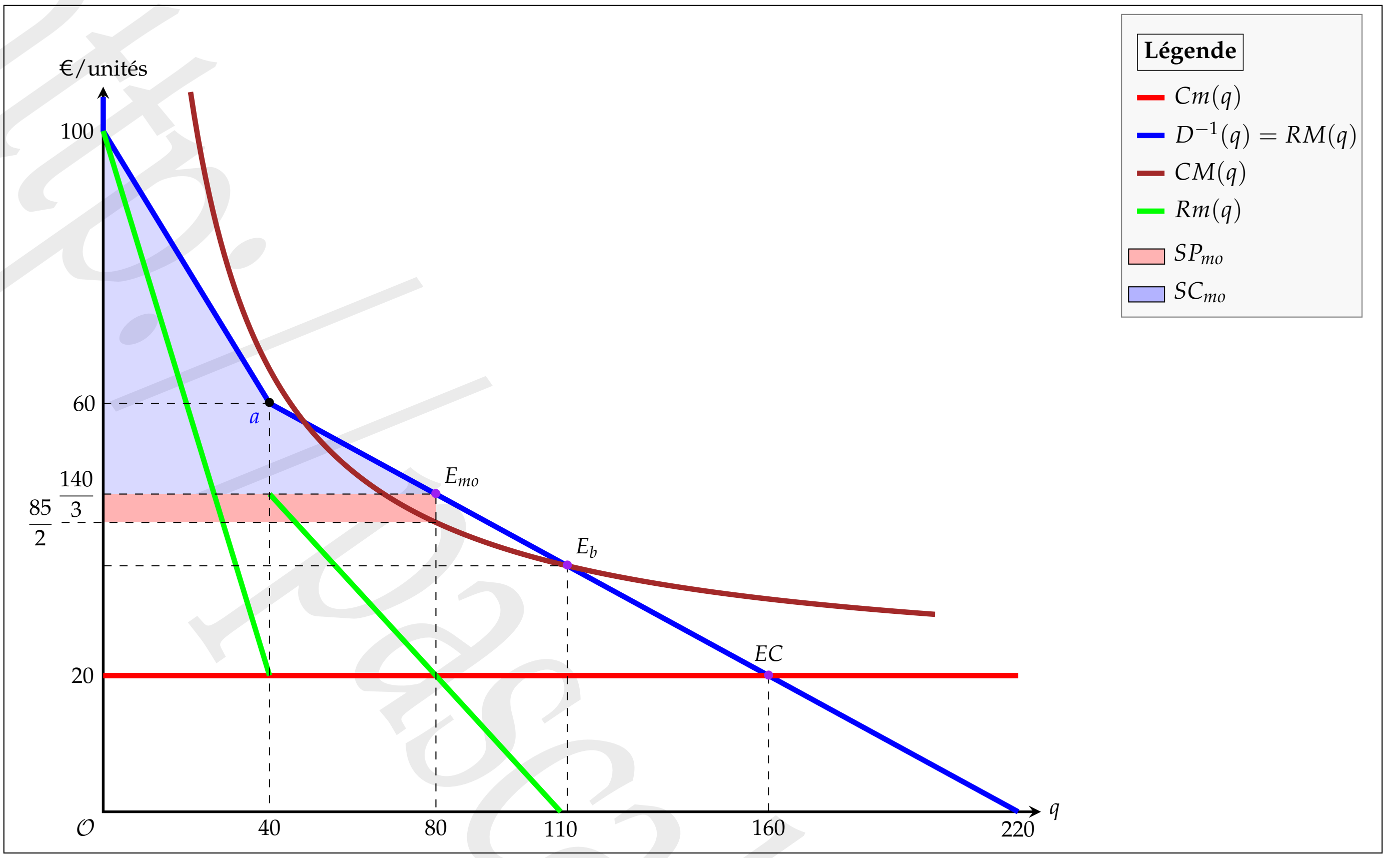


Figure 2.5 : Les différents équilibres

Notons, $CM_2(q)$, la somme horizontale de deux fonctions de coût moyen, donc $CM_2(q) = CM(\frac{q}{2})$. Cette nouvelle fonction de coût moyen n'a pas d'intersection avec la demande inverse (cf. Figure 2.6). La GG est donc un monopole naturel, il n'est pas socialement optimal pour la Présipauté d'ouvrir le marché du gaz.

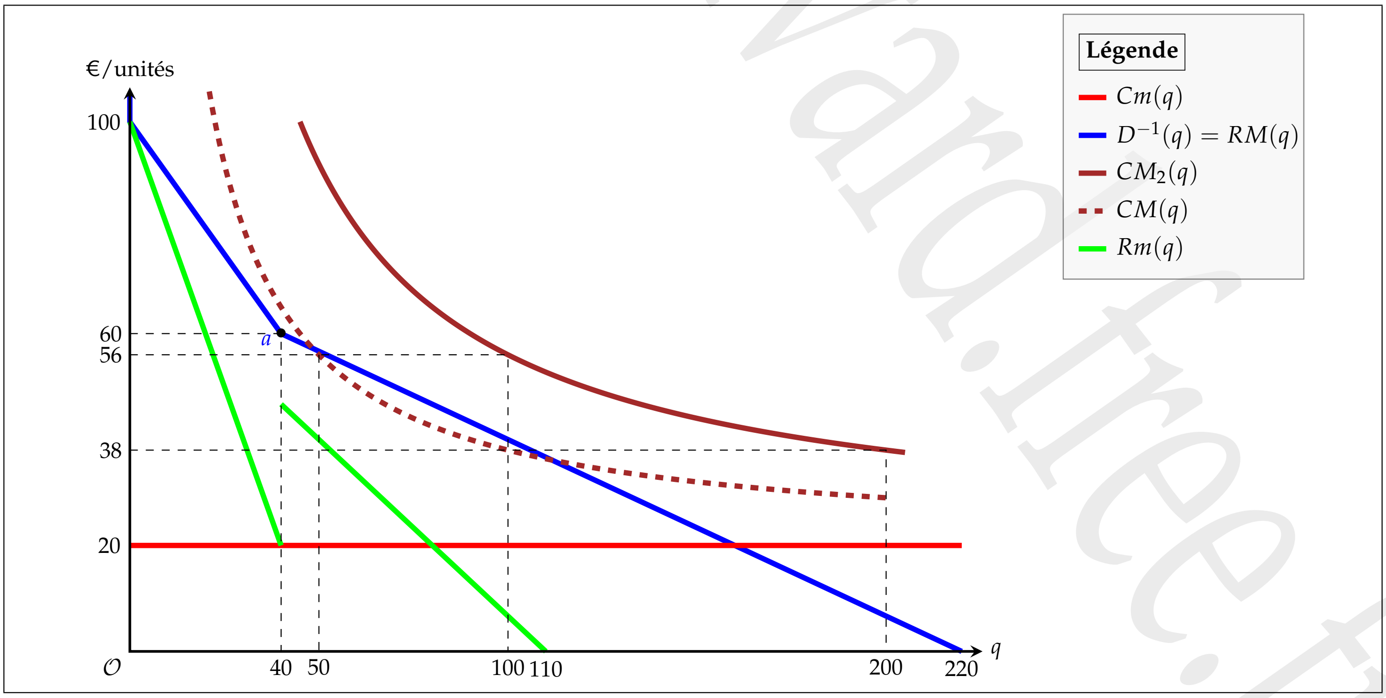


Figure 2.6 : Ouvrir le marché ?

6) Il y a deux marchés du gaz. La GG est un monopole sur ces deux marchés.

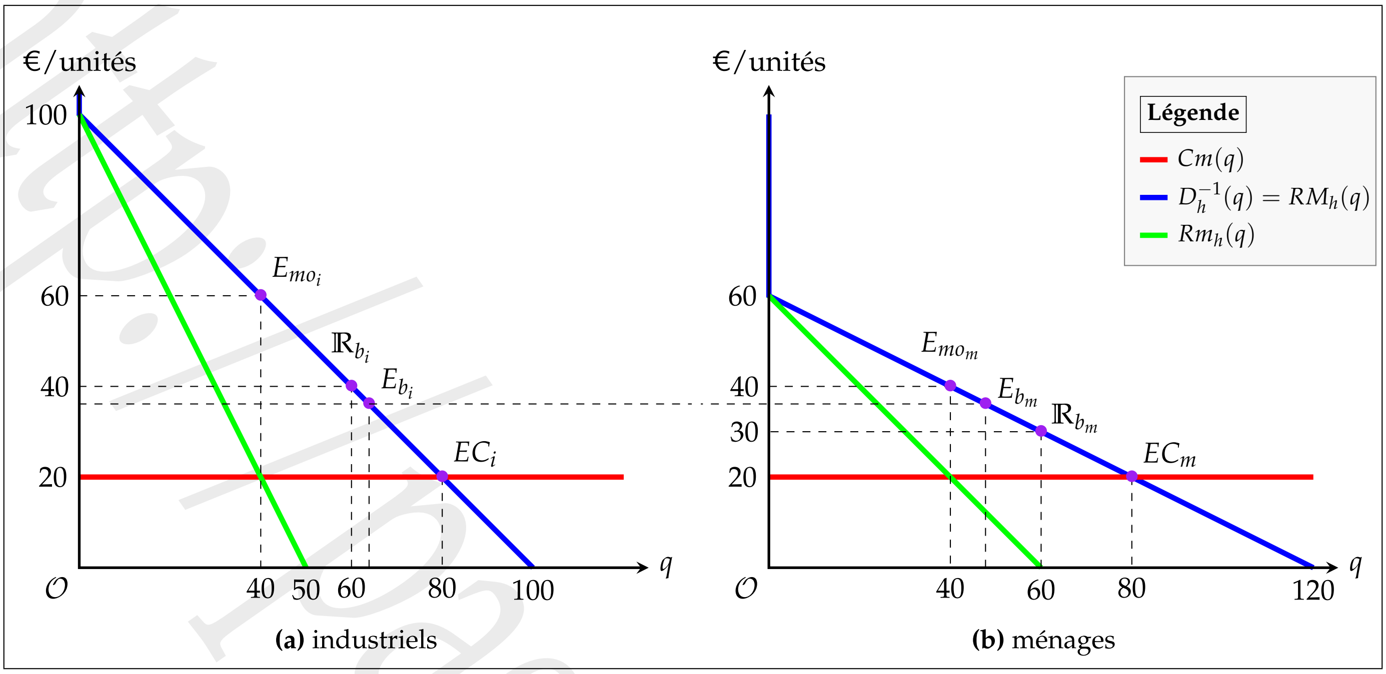


Figure 2.7 : Les différents équilibres sur les deux marchés

7) Si $p_m = p_i = \frac{140-10\sqrt{10}}{3} \simeq 36.13$ alors $q_i = \frac{160+10\sqrt{10}}{3} \simeq 63.87$ et $q_m = \frac{80+20\sqrt{10}}{3} \simeq 47.75$. On a donc $E_{b_m} = \left(\frac{80+20\sqrt{10}}{3}, \frac{140-10\sqrt{10}}{3}\right)$ et $E_{b_i} = \left(\frac{160+10\sqrt{10}}{3}, \frac{140-10\sqrt{10}}{3}\right)$, les équilibres sur les deux marchés (cf. Figure 2.7). La production totale de la GG est de $q_i + q_m = 80 + 10\sqrt{10}$. On se retrouve dans le cas de l'équilibre budgétaire lorsque la GG ne discrimine pas, donc son profit est nul. Le surplus social dans ce cas se réduit au surplus des consommateurs et il est donné par (2.20), donc : $W_b = \frac{5300+800\sqrt{10}}{3} \simeq 2609.7$. On a deux élasticités à calculer, ϵ_i et ϵ_m. Nous savons que $\epsilon(\cdot) = \frac{\mathrm{d}D(p)}{\mathrm{d}p}\frac{p}{q}$, donc en utilisant les fonctions de demande :

$$\begin{cases} \epsilon_i(\cdot) = -\dfrac{p_i}{q_i} \\ \\ \epsilon_m(\cdot) = -\dfrac{2p_m}{q_m}. \end{cases} \tag{2.21}$$

Dans le cas qui nous intéresse on a immédiatement : $\epsilon_i(\cdot) = -\frac{14-\sqrt{10}}{16+\sqrt{10}} \simeq -0.57$ et $\epsilon_m(\cdot) = -\frac{14-\sqrt{10}}{4+\sqrt{10}} \simeq -1.51$.

8) Si $p_m = 30$ alors $q_m = 60$ et si $p_i = 40$ alors $q_i = 60$. On a donc $\mathbb{R}_{b_m} = (60, 30)$ et $\mathbb{R}_{b_i} = (60, 40)$, les équilibres sur les deux marchés (cf. Figure 2.7). Le profit de la GG est nul puisque :

$$\pi_{\mathbb{R}_b} = 2400 + 1800 - (1800 + 20(60+60)) = 0.$$

La GG est donc à l'équilibre budgétaire. Le surplus social, dans ce cas aussi, se réduit au surplus des consommateurs :

$$W_{\mathbb{R}_b} = SC_{\mathbb{R}_b} = \frac{60(100-40)}{2} + \frac{60(60-30)}{2} = 2700. \tag{2.22}$$

Dans ce cas, en utilisant (2.21), on a : $\epsilon_i(\cdot) = -\dfrac{40}{60} = -\dfrac{2}{3} \simeq -0.67$ et $\epsilon_m(\cdot) = -\dfrac{60}{60} = -1$. Le surplus social est plus grand pour le second système de tarification. Le prix « unique » n'est donc pas socialement optimal. En valeurs absolues, l'élasticité sur le marché des industriels a légèrement augmentée et celle sur le marché des ménages, en revanche, a beaucoup diminuée lorsque l'on pratique des prix différents par rapport à une politique de prix unique. Partons de l'équilibre à prix unique et raisonnons en valeurs absolues. La demande des industriels est inélastique et celle des ménages est élastique. Si on augmente de 1% le prix sur le marché i on réduira la consommation de 0.57 et donc le surplus des industriels du même montant ; si l'on fait l'inverse sur le marché m on augmentera la consommation de 1,51 et donc du même montant le surplus des ménages. En terme de surplus des consommateurs on a donc un bilan net positif. Comme $q_i = q_m$, la recette de la GG suite à cette modification marginale des prix sera l'écart des élasticités $(\epsilon_i - \epsilon_m)$ qui est positif et comme la production totale est accrue le coût moyen sera plus faible. Le surplus du monopole ne sera plus nul mais positif. « On a donc gagné sur tous les tableaux » en diminuant p_m de 1% et en augmentant p_i de 1%.

9) Si l'État souhaite atteindre le plus grand surplus social et que la GG soit à l'équilibre budgétaire, il doit résoudre le programme suivant :

$$\mathscr{P}_R \left| \begin{array}{l} \underset{\{p_i,p_m\}}{\text{Max}} \; W(p_i, p_m) = SC_i(p_i) + SC_m(p_m) \\ \quad slc \; p_i D_i(p_i) + p_m D_m(p_m) - C(D_i(p_i) + D_m(p_m)) = 0 \end{array} \right. \tag{2.23}$$

Soit λ le multiplicateur de Lagrange, les CN1 de ce programme sont :

$$\begin{cases} \dfrac{dSC_i(p_i)}{dp_i} + \lambda \left[D_i(p_i) + p_i \dfrac{dD_i(p_i)}{dp_i} - Cm\left(D_i(p_i) + D_m(p_m)\right) \dfrac{dD_i(p_i)}{dp_i} \right] = 0 \\ \\ \dfrac{dSC_m(p_m)}{dp_m} + \lambda \left[D_m(p_m) + p_m \dfrac{dD_m(p_m)}{dp_m} - Cm\left(D_i(p_i) + D_m(p_m)\right) \dfrac{dD_m(p_m)}{dp_m} \right] = 0. \\ \\ p_i D_i(p_i) + p_m D_m(p_m) - C(D_i(p_i) + D_m(p_m)) = 0 \end{cases} \tag{2.24}$$

La dérivée du surplus par rapport au prix est en fait moins la fonction de demande qui elle est en fait la quantité, donc (2.24) peut se réécrire :

$$\begin{cases} -q_i + \lambda \left[q_i + p_i \dfrac{dD_i(p_i)}{dp_i} - Cm\left(q_i + q_m\right) \dfrac{dD_i(p_i)}{dp_i} \right] = 0 \\ \\ -q_m + \lambda \left[q_m + p_m \dfrac{dD_m(p_m)}{dp_m} - Cm\left(q_i + q_m\right) \dfrac{dD_m(p_m)}{dp_m} \right] = 0 \\ \\ p_i q_i + p_m q_m - C(q_i + q_m) = 0. \end{cases} \tag{2.25}$$

http://pascal.favard.free.fr/

Dans notre cas $\dfrac{\mathrm{d}D_i(p_i)}{\mathrm{d}p_i} \neq 0$ donc (2.25) :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p_i - Cm\,(q_i+q_m) = \dfrac{q_i(1-\lambda)}{\lambda \dfrac{\mathrm{d}D_i(p_i)}{\mathrm{d}p_i}} \\ \\ p_m - Cm\,(q_i+q_m) = \dfrac{q_m(1-\lambda)}{\lambda \dfrac{\mathrm{d}D_m(p_m)}{\mathrm{d}p_m}} \\ \\ p_i q_i + p_m q_m - C(q_i+q_m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{p_i - Cm\,(q_i+q_m)}{p_i} = \dfrac{1-\lambda}{\lambda}\dfrac{1}{\epsilon_i(p_i)} \\ \\ \dfrac{p_m - Cm\,(q_i+q_m)}{p_m} = \dfrac{1-\lambda}{\lambda}\dfrac{1}{\epsilon_m(p_m)} \\ \\ p_i q_i + p_m q_m - C(q_i+q_m) = 0. \end{cases}$$

Le produit du mark-up par l'élasticité est donc égal à $\frac{1-\lambda}{\lambda}$ sur les deux marchés. Donc plus l'élasticité est grande moins le mark-up est élevé et vice-versa.
AN : Dans notre exemple (2.23) admet deux candidats à la solution : $\vec{s_1} = (p_{i1}, p_{m1}, \lambda_1) = (80, 50, \frac{-1}{2})$ et $\vec{s_2} = (p_{i2}, p_{m2}, \lambda_2) = (40, 30, \frac{3}{2})$. Pour déterminer la solution de notre programme sans regarder les CS2, il nous faut comparer les valeurs de la fonction d'objectif aux points candidats. Notons que $\vec{s_2}$ a déjà été étudié, le surplus social est de 2700 dans ce cas (cf.(2.22)). Si on fait le calcul en $\vec{s_1}$ on trouve 300, la solution du programme (2.23) est donc $\vec{s_2}$. La tarification optimale à l'équilibre budgétaire est : $\vec{T_{\mathbb{R}}} = (p_{i\mathbb{R}}, p_{m\mathbb{R}}) = (40, 30)$. Notez que si $\lambda = \frac{1}{2}$ alors on retrouve que le mark-up est égal à l'indice de Lerner. Bien évidement dans ce cas le profit de la GG n'est pas nul puisque pour avoir un profit nul il faut que $\lambda = \frac{-1}{2}$ ou $\lambda = \frac{3}{2}$. Dans ce cas le profit de la GG est maximal, c'est la solution de monopole (cf. Figure 2.7).

10) Tarification à la Ramsey (1927), les français disent parfois à la Ramsey-Boiteux (1956).

Exercice 9 : C'est occupé ! L'entreprise *Waters* distribue l'eau potable à Mufflins en Présipauté de Groland. *Waters* est un monopole non-discriminant dont la fonction de coût total est[1] :

$$C(Q) = \frac{Q^2}{2} + F, \tag{2.1}$$

et qui fait face à une fonction de demande agrégée d'eau potable :

$$D(p) = max\{0, a-p\}, \tag{2.2}$$

où (F, a) est un couple de réels strictement positifs et Q (resp. p) désigne le volume d'eau potable distribué (resp. le prix d'un litre d'eau au robinet).

1 – Donnez un exemple de ce que pourrait être F concrètement.

Dans les trois cas suivants, calculez le profit de *Waters*, π^{Mo}, le surplus des consommateurs, SC^{Mo}, et le surplus social, SS^{Mo}, à l'équilibre, $E^{Mo} = (Q^{Mo}, p^{Mo})$.

2 – *Waters* n'est pas régulée.

3 – *Waters* est régulée par Présipauté, l'objectif est d'atteindre le First-Best sur le marché de l'eau potable à Mufflins.

1. Pour ne pas compliquer le problème que l'on traite, on suppose que l'on étudie le comportement de *Waters* sur un seul exercice comptable en négligeant les arbitrages intertemporels.

http://pascal.favard.free.fr/

4 – *Waters* est régulée par Présipauté, l'objectif est d'atteindre le Second-Best sur le marché de l'eau potable à Mufflins.

5 – Comparez et commentez vos résultats.

Sur le marché de l'eau potable à Mufflins il y a un entrant potentiel, si celui-ci décide de rentrer sur le marché une concurrence « à la Bertrand » se mettra en place avec *Waters*. On supposera que la fonction de coût de l'entrant potentiel est donnée par (2.1).

6 – À quelle condition l'entrant potentiel renoncera à l'entrée ?

7 – Dans ce cas, comment peut-on qualifier *Waters* d'un point de vue économique ?

Solution :

1) L'annuité, sur l'exercice comptable, de l'emprunt contracté auprès d'un intermédiaire financier pour financer son réseau d'adduction d'eau.

2) Le surplus des Mufflinois s'ils consomment Q litres d'eau potable, sachant que le prix au litre est inférieur à $a - Q$ est :

$$SC(Q, p) = \int_0^Q (a - x)\mathrm{d}x - pQ = (a - p)Q - \frac{Q^2}{2}. \tag{2.3}$$

Le profit de *Waters* distribuant Q litres d'eau potable au prix unitaire p, en utilisant (2.1), est :

$$\pi(Q, p) = pQ - F - \frac{Q^2}{2}. \tag{2.4}$$

Le programme que doit résoudre *Waters* sachant qu'elle ne peut pas discriminer en prix, en utilisant (2.4), est :

$$\mathscr{P}_{Mo} \left| \begin{array}{l} \underset{\{Q,p\}}{\text{Max}} \; pQ - F - \dfrac{Q^2}{2} \\ slc \; p \leq a - Q \end{array} \right. \tag{2.5}$$

La fonction d'objectif du programme (2.5) est croissante par rapport au prix unitaire, la solution doit donc saturer la contrainte $p \leq a - Q$. La CN1 de ce programme nous donne immédiatement $Q^{Mo} = \frac{a}{3}$, donc $E^{Mo} = \left(\frac{a}{3}, \frac{2a}{3}\right)$, la CS2 est vérifiée. En remplaçant dans (2.4), on obtient $\pi^{Mo} = \frac{a^2}{6} - F$ et dans (2.3), on obtient $SC^{Mo} = \frac{a^2}{18}$. En additionnent les deux on a : $SS^{Mo} = \frac{2a^2}{9} - F$. Notons que si $\frac{a^2}{6} < F$, *Waters* fera un profit négatif mais plus grand que les coûts fixes.

http://pascal.favard.free.fr/

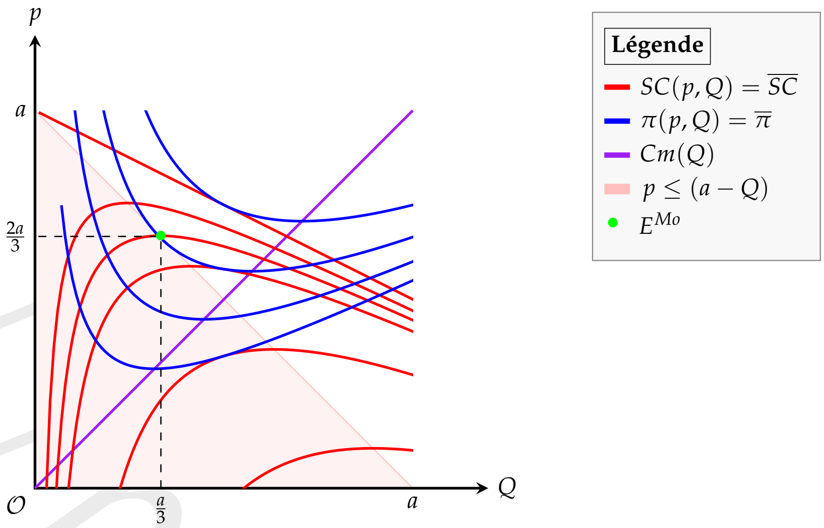


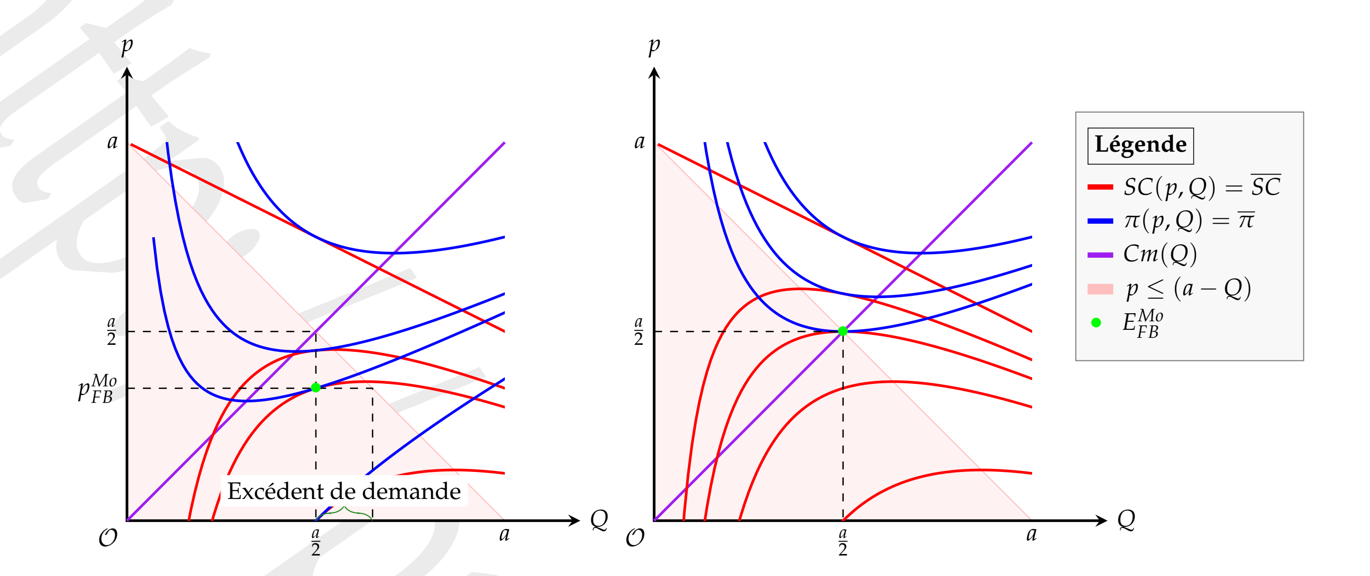
Figure 2.8 : Équilibre sur le marché sans régulation de *Waters*

3) Le programme de la Présipauté, en utilisant (2.3) et (2.4), est :

$$\mathscr{P}_{W_{FB}} \left| \begin{array}{l} \underset{\{Q,p\}}{\text{Max}}\ aQ - Q^2 - F \\ slc\ p \leq a - Q \end{array} \right. \tag{2.6}$$

La fonction d'objectif ne dépend qu'une des deux variables, Q, il y aura donc un intervalle de prix solution de (2.6). En utilisant la CN1 de (2.6), on obtient immédiatement $Q^{Mo}_{FB} = \frac{a}{2}$, la CS2 est vérifiée. Le prix doit être inférieur ou égal à $\frac{a}{2}$, il y a donc une infinité de prix solution de notre programme, $p^{Mo}_{FB} \in]0, \frac{a}{2}]$. Si le prix est strictement inférieur à $\frac{a}{2}$, les consommateurs sont rationnés (cf. Figure 2.9a). Si on rajoute une contrainte, en posant qu'en Q^{Mo}_{FB} les consommateurs ne soient pas rationnés (i.e. le surplus des consommateurs soit minimal), alors $p^{Mo}_{FB} = \frac{a}{2}$ (cf. Figure 2.9b). Dans ce cas, $E^{Mo}_{FB} = \left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$ et en utilisant (2.3), on a : $SC^{Mo}_{FB} = \frac{a^2}{8}$ et, en utilisant (2.4), $\pi^{Mo}_{FB} = \frac{a^2}{8} - F$, donc $SS^{Mo}_{FB} = \frac{a^2}{4} - F$. Choisir arbitrairement un prix unitaire appartenant à l'intervalle $]0, \frac{a}{2}]$ revient à choisir arbitrairement une répartition du surplus social généré par l'échange de la quantité Q^{Mo}_{FB} entre *Waters* et les consommateurs. Quelque soit le choix fait, le surplus social est toujours le même ; interdire tout rationnement n'est donc pas une hypothèse très forte.

http://pascal.favard.free.fr/



(a) Rationnement **(b)** ~~Rationnement~~

Figure 2.9 : First Best

4) Le programme de la Présipauté, en utilisant (2.3) et (2.4), est :

$$\mathscr{P}_{W_{SB}} \left| \begin{array}{l} \underset{\{Q,p\}}{\text{Max}} \ (a-p)Q - \dfrac{Q^2}{2} \\ slc \ pQ - F - \dfrac{Q^2}{2} = 0 \text{ et } p \leq a - Q \end{array} \right. \tag{2.7}$$

Ce programme est un programme à deux contraintes. Comme $Q \geq 0$, si $0 \leq p \leq a - Q$ alors $(a-Q)Q - F - \frac{Q^2}{2} \geq 0$, les couples (Q, p) solution de (2.7) doivent satisfaire la contrainte :

$$aQ - F - \frac{3Q^2}{2} \geq 0. \tag{2.8}$$

Considérons le polynôme à gauche de l'inégalité (2.8), son discriminant est égal à $(a^2 - 6F)$. Si $\frac{a^2}{6} < F$ le polynôme n'admet pas de racines réelles. En fait, le coût fixe est tel que le profit de *Waters* est toujours strictement négatif. La régulation à l'équilibre budgétaire n'est donc possible que si $\frac{a^2}{6} \geq F$. Dans ce cas, le polynôme admet deux racines positives : $(Q_1, Q_2) = \left(\frac{a-\sqrt{a^2-6F}}{3}, \frac{a+\sqrt{a^2-6F}}{3}\right)$. Le coefficient du monôme de plus haut degré étant négatif, la contrainte (2.8) sera satisfaite pour des niveaux de production à « l'intérieur » des racines, donc $Q \in [Q_1, Q_2]$. Le programme (2.7) si $\frac{a^2}{6} \geq F$ peut se réécrire comme suit :

$$\mathscr{P}_{W_{SB}} \left| \begin{array}{l} \underset{\{Q \in [Q_1,Q_2]\}}{\text{Max}} \ (a-p)Q - \dfrac{Q^2}{2} \\ slc \ pQ - F - \dfrac{Q^2}{2} = 0 \end{array} \right. \tag{2.9}$$

ce qui est équivalent, en substituant dans la fonction d'objectif pQ par sa valeur donnée par la contrainte :

$$\mathscr{P}_{W_{SB}} \left| \ \underset{\{Q \in [Q_1,Q_2]\}}{\text{Max}} \ aQ - Q^2 - F \right. \tag{2.10}$$

La CN1 du programme (2.10) donne $Q = \frac{a}{2}$, la CS2 est vérifiée. Il suffit donc de vérifier si $\frac{a}{2} \in [Q_1, Q_2]$, trivialement $\frac{a}{2} > Q_1$ et $Q_2 \lesseqqgtr \frac{a}{2}$ si $F \gtreqqless \frac{a^2}{8}$. Le programme (2.10) admet une solution

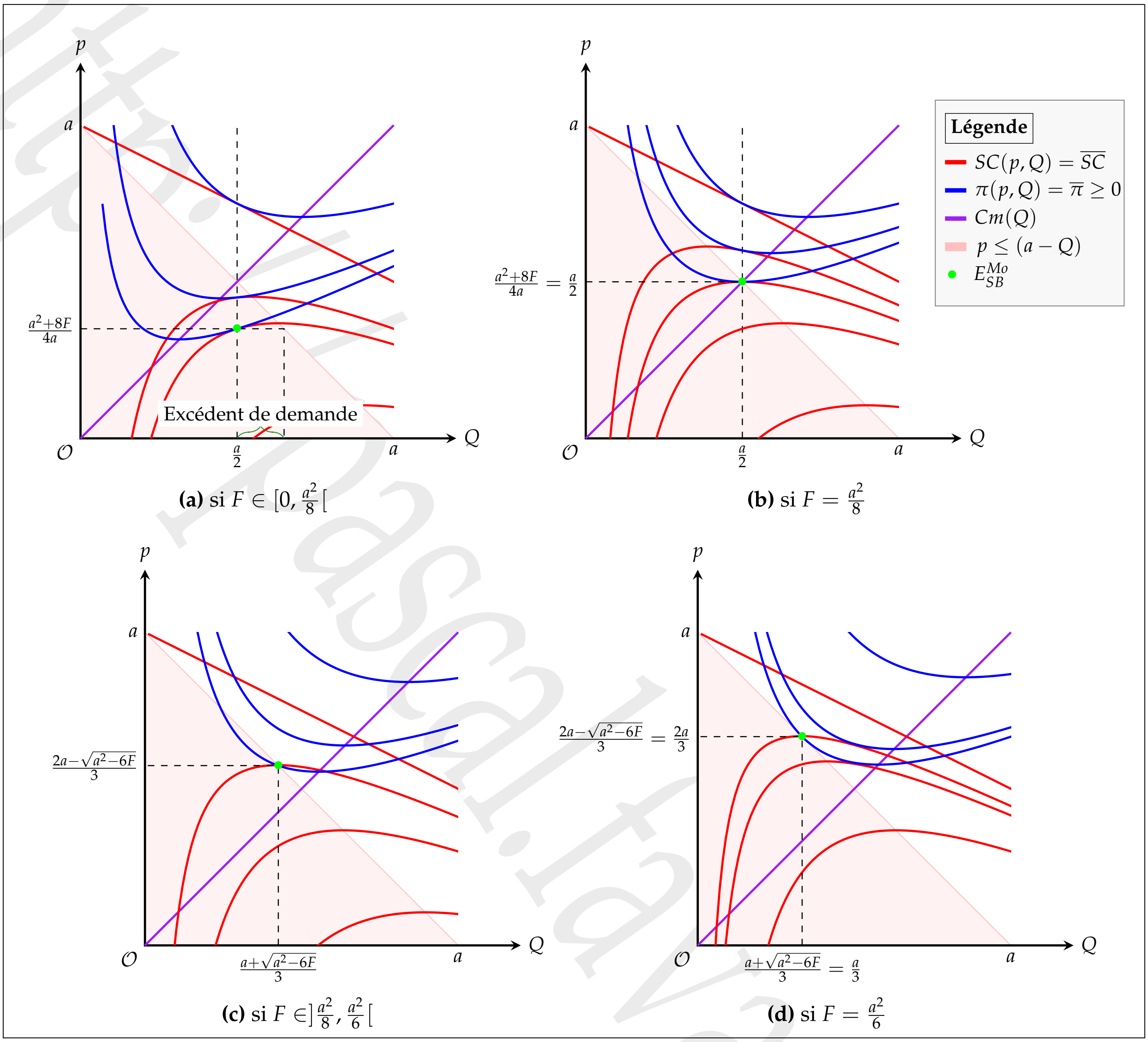


Figure 2.10 : Second Best

intérieure (i.e. $Q_{SB}^{Mo} = \frac{a}{2}$) si $F \in [0, \frac{a^2}{8}[$, sinon il admet une solution en coin (i.e. $Q_{SB}^{Mo} = Q_2$). On a donc trois cas a étudier.

1 – Si $F \in [0, \frac{a^2}{8}[$ alors $E_{SB}^{Mo} = \left(\frac{a}{2}, \frac{a^2+8F}{4a}\right)$. En utilisant (2.3), on a : $SC_{SB}^{Mo} = \frac{a^2}{4} - F$ et par construction $SS_{SB}^{Mo} = SC_{SB}^{Mo}$.

2 – Si $F \in [\frac{a^2}{8}, \frac{a^2}{6}]$ alors $E_{SB}^{Mo} = \left(\frac{a+\sqrt{a^2-6F}}{3}, \frac{2a-\sqrt{a^2-6F}}{3}\right)$. En utilisant (2.3), on a : $SC_{SB}^{Mo} = \frac{\left(a+\sqrt{a^2-6F}\right)^2}{18}$ et par construction $SS_{SB}^{Mo} = SC_{SB}^{Mo}$.

3 – Si $F > \frac{a^2}{6}$ alors l'équilibre de second best n'existe pas.

Contrairement au cas étudié précédemment (cf. Figure 2.9a) ici le rationnement permet d'augmenter le surplus social (cf. Figure 2.10a). L'exclure, comme c'est l'habitude, implique une solution de Second Best ne maximisant pas le surplus des consommateurs et donc pas le surplus social [2] puisque que par construction le surplus du monopole est nul. Si $F = \frac{a^2}{8}$ (cf. Figure 2.10b) alors $E_{SB}^{Mo} = E_{FB}^{Mo}$. Dans ce cas particulier le profit de *Waters* à l'équilibre de First Best sans rationnement

2. Sauf si en Q_2, le coût moyen -courbe d'isoprofit nul- est décroissant.

est nul, sont coût marginal à l'équilibre est donc égal à son coût moyen. La régulation « au coût moyen » est alors équivalente à la régulation « au coût marginal ». Si $F = \frac{a^2}{6}$ (cf. Figure 2.10d) alors $E_{SB}^{Mo} = E^{Mo}$. Dans ce cas particulier le profit de *Waters* non-régulée est nul, condition de la régulation « au coût moyen ».

5) Rappelons que la régulation de Second Best n'est pas possible si $F > \frac{a^2}{6}$. Dans ce cas, le profit de *Waters* non-régulée est négatif et la réguler pour atteindre le First Best empire sa situation. Il est légitime de se demander pourquoi *Waters* pourrait être en situation de faire un profit négatif. Ce n'est pas le sujet du problème, étant en place, si elle ne produisait pas elle ferait une perte égale au coût fixe alors qu'en produisant elle couvre une partie du coût fixe. On considèrera que la régulation de First Best interdit le rationnement, on a vu que l'hypothèse n'était pas héroïque. En revanche, on n'exclura pas le rationnement pour la régulation de Second Best. Après calculs, on obtient les résultats synthétisés dans deux tableaux (cf. Table 2.1), (cf. Table 2.2).

Si $F \in [\frac{a^2}{8}, \frac{a^2}{6}]$	E^{Mo}	E_{FB}^{Mo}	E_{SB}^{Mo}	Bilan
Profit	$\frac{a^2}{6} - F$	$\frac{a^2}{8} - F$	0	$\pi^{Mo} \geq \pi_{SB}^{Mo} \geq \pi_{FB}^{Mo}$
Surplus consommateurs	$\frac{a^2}{18}$	$\frac{a^2}{8}$	$\frac{\left(a+\sqrt{a^2-6F}\right)^2}{18}$	$SC_{FB}^{Mo} > SC_{SB}^{Mo} \geq SC^{Mo}$
Surplus social	$\frac{2a^2}{9} - F$	$\frac{a^2}{4} - F$	$\frac{\left(a+\sqrt{a^2-6F}\right)^2}{18}$	$SS_{FB}^{Mo} > SS_{SB}^{Mo} \geq SS^{Mo}$

Tableau 2.1 : Réguler *Waters* si les coût fixes sont « élevés » ?

Si $F < \frac{a^2}{8}$	E^{Mo}	E_{FB}^{Mo}	E_{SB}^{Mo}	Bilan
Profit	$\frac{a^2}{6} - F$	$\frac{a^2}{8} - F$	0	$\pi^{Mo} > \pi_{FB}^{Mo} > \pi_{SB}^{Mo}$
Surplus consommateurs	$\frac{a^2}{18}$	$\frac{a^2}{8}$	$\frac{a^2}{4} - F$	$SC_{SB}^{Mo} > SC_{FB}^{Mo} > SC^{Mo}$
Surplus social	$\frac{2a^2}{9} - F$	$\frac{a^2}{4} - F$	$\frac{a^2}{4} - F$	$SS_{FB}^{Mo} = SS_{SB}^{Mo} > SS^{Mo}$

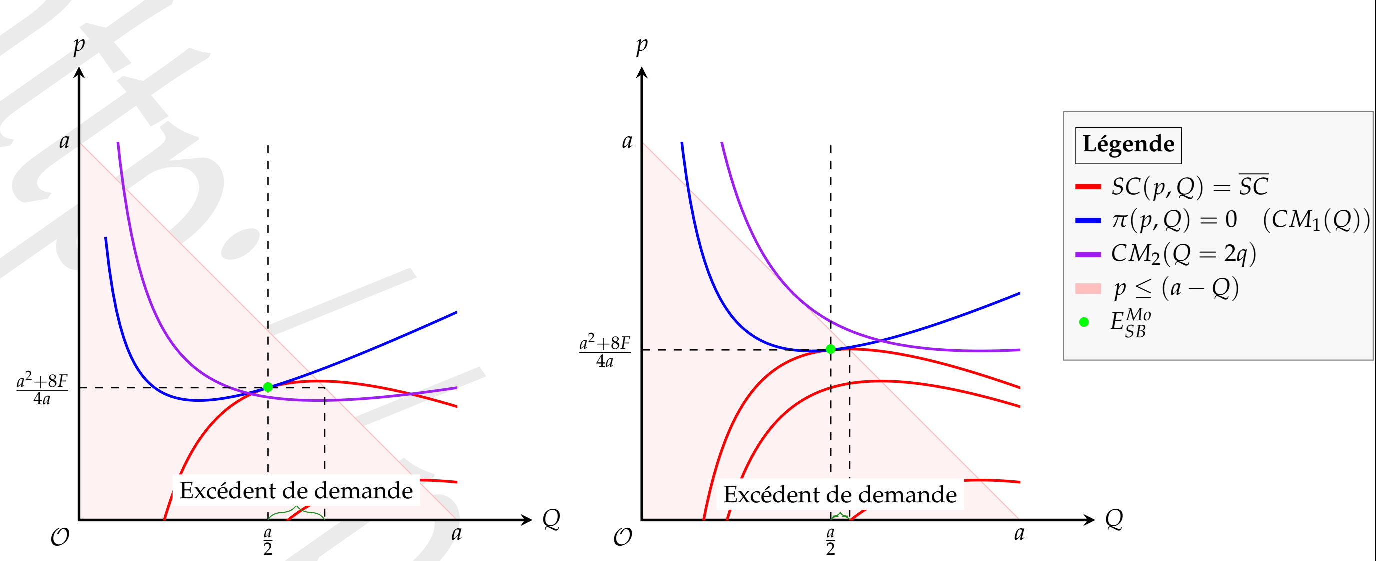
Tableau 2.2 : Réguler *Waters* si les coût fixes sont « faibles » ?

Supposons qu'il y ait deux entreprises en tout point identiques, en utilisant (2.1), on obtient le coût moyen de production, $CM_2(Q)$, dans ce secteur d'activité :

$$CM_2(Q) = CM_1\left(\frac{Q}{2}\right) = \frac{Q}{8} + \frac{4F}{a}. \tag{2.11}$$

On a donc $CM_2\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a^2+32F}{8a}$ et comme $CM_1\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a^2+8F}{4a}$, on a : $CM_2\left(\frac{a}{2}\right) \geq CM_1\left(\frac{a}{2}\right) \Leftrightarrow F \geq \frac{a^2}{16}$. Donc si $F \in [0, \frac{a^2}{16}]$, *Waters* n'est pas un monopole naturel (cf. Figure 2.11a), le problème de sa régulation ne se pose pas. Le cas intéressant est lorsque $F \in]\frac{a^2}{16}, \frac{a^2}{8}[$, dans ce cas *Waters* est un monopole naturel (cf. Figure 2.11b). Maximiser le surplus social sous contrainte budgétaire conduit à un rationnement et interdire ce rationnement conduit à un surplus social plus petit.

http://pascal.favard.free.fr/



(a) ~~Monopole naturel~~ **(b)** Monopole naturel

Figure 2.11 : Rationnement et Monopole naturel

6) La fonction de coût marginal est $Cm = Q$, le prix d'équilibre s'il y a entrée sera donc tel que : $p_B = Q_B^{Mo} = Q_B^E$. Les deux firmes étant identiques, la demande « résiduelle » de l'entrant est : $Q_B^E = max\{0, \frac{a-p_B}{2}\}$. À l'équilibre de duopole, $E_B = \left(p_B, Q_B^{Mo}, Q_B^E\right)$, on a : $E_B = \left(\frac{a}{3}, \frac{a}{3}, \frac{a}{3}\right)$. Le profit de l'entrant à l'équilibre est : $\pi_B^E = \frac{a^2}{18} - F$. Si $F > \frac{a^2}{18}$, l'entrant s'il rentre sur le marché fera un profit négatif.

7) *Waters* est un monopole naturel si $F > \frac{a^2}{18}$. Notons que cette condition n'est pas la même que celle trouvée en la question 5). La caractérisation d'un monopole naturel n'est pas unique.

Illustration : « SNCF : les conditions d'une saine concurrence » La Tribune 10/02/2014 14:45

À quelles conditions la SNCF peut-elle être mise en concurrence ? Par Marc Ivaldi, chercheur, Toulouse School of Economics, directeur d'études à l'EHESS

Une compétition permanente sur chaque ligne aurait peu de sens. Elles doivent être attribuées à un opérateur après appel d'offres. La finalité de la concurrence, c'est le consommateur. L'absence de concurrence ou la mal concurrence peut être interprétée comme une mauvaise taxe sur le consommateur. Les bénéfices de la concurrence, ce n'est pas seulement le prix le plus bas mais aussi plus de choix, des produits de meilleure qualité, des coûts de production plus faibles. Toutefois ce ne sont pas simplement ces bénéfices qui nous intéressent mais aussi les bénéfices futurs, c'est-à-dire les emplois, la croissance. Alors pourquoi tous les sondages montrent que majoritairement les Français n'aiment pas la concurrence ? Et pourquoi, alors que la séparation entre RFF et la SNCF devait être une condition à l'ouverture à la concurrence, il n'y a toujours pas de concurrence dans le ferroviaire, à part un petit peu dans le fret ?

Les effets souhaités de la concurrence : à long terme, seulement

Ce qui est difficile avec la concurrence, c'est que les effets souhaités (plus de croissance, plus d'emplois) prennent du temps. On voit généralement des effets prix mais pour que ces effets prix se traduisent par une hausse de la consommation et des incitations à innover, cela met un certain temps, ce qui conduit parfois à conclure que la concurrence ne fonctionne pas. L'autre difficulté tient au fait que dans toutes ces industries de réseau (télécoms, énergie, ferroviaire), le consommateur est à la fois un client et un usager. Comme ces industries ont toujours connues des subventions importantes, la question est dans ce cas de savoir si la concurrence va se traduire par une baisse des prix ou plutôt par une baisse des subventions. Les critères pour juger de la concurrence dans ces industries où l'intervention de l'État est justifiée pour différentes raisons dont on peut discuter, c'est moins de subvention, plus de fréquence, plus de régularité, plus de fiabilité mais aussi ... moins d'accidents sur la route. En effet, si on a des trains plus sûrs alors les gens prendront moins leur voiture et il y aura moins d'accidents.

Quatre principes, pour ne pas se tromper...

Pour ne pas se tromper de concurrence, il faut avoir en tête quatre leçons. On part souvent du principe que la concurrence va nécessairement être sauvage. Or il n'y a rien de moins sauvage que la concurrence dans le ferroviaire puisqu'il faut nécessairement beaucoup de coordination, beaucoup d'autorisation pour rentrer sur le marché. Il existe de fait des barrières à l'entrée puisqu'il n'est pas possible de rentrer sur le marché sans faire de gros investissements et sans avoir des capacités financières importantes. La concurrence intermodale est déjà une réalité : la voiture, l'avion et le train sont déjà en concurrence. Sur les grands axes, une pression sur les prix des billets de train existe déjà du fait de l'essor des compagnies aériennes low-cost et il ne faut donc pas croire que les effets prix relèvent uniquement de la concurrence intra-modale.

Concurrence = un grand nombre d'entreprises ?

On part souvent du principe que pour qu'il y ait une véritable concurrence, il faut beaucoup d'entreprises. C'était d'ailleurs la philosophie des trois premiers « ferroviaires », défendus par la commission de Bruxelles, qui voulaient promouvoir l'open access (accès libre ou concurrence sur le marché). Or l'open access est difficile à mettre en place dans le ferroviaire. Car de quel marché parle-t-on ? S'agit-il du service sur une ligne donnée ou d'un créneau horaire particulier de cette ligne ? On comprend que sur un créneau horaire donné, il ne peut y avoir qu'un train et un seul. Une autre difficulté tient à la structure du réseau. La concurrence ne peut pas être la même sur le réseau français qui est étoilé, contrairement à l'Allemagne où il est polycentrique.

Le rôle important des régulateurs

La concurrence par l'open access ne peut pas se faire de façon simple et les régulateurs vont jouer un rôle important. Il y a deux régulateurs. Tout d'abord, en amont, le régulateur ferroviaire, qu'il soit européen, national ou régional. Celui-ci a un rôle très important pour à la fois définir les règles d'accès mais également en matière de tarification afin de faire attention que les prix d'accès tiennent compte de la demande finale. L'autre régulateur est l'Autorité de la concurrence pour éviter ex post les mauvaises pratiques et permettre aux entrants de contester des tarifs exorbitants sur l'accès.

L'open access, non pertinent pour le ferroviaire

Où l'open access peut-il être mis en place ? Probablement sur le fret, probablement sur le voyage international, et aussi sur la partie loisir du trafic à longue distance. Pas sur le marché des voyageurs affaires qui n'aiment pas changer souvent d'opérateurs car ils accordent plus d'attention à la souplesse d'utilisation qu'au prix. Le véritable risque de l'open access est que les entrants ne payent pas les vrais coûts du réseau. Or cela est très difficile à définir et fait l'objet de négociations. S'ils sont sous-estimés, cela peut conduire à une dégradation du réseau en l'absence des investissements nécessaires. In fine, on peut conclure que l'open access n'est pas le mode de concurrence pertinent pour le ferroviaire. Le vrai modèle de la concurrence pour le rail est la concurrence pour le marché : on définit un territoire, on définit une période et on donne l'accès et la gestion à une entreprise après avoir lancé un appel d'offre pour le service. Du point de vue de l'économiste, c'est une bonne solution car cela permet en raison de la technologie du ferroviaire d'intégrer les fondamentaux du ferroviaire : économies d'échelle très importantes, coûts de coordination élevés entre les exploitants de services et le gestionnaire de l'infrastructure.

Les prix allemands moins élevés, pour les trains régionaux

Quelles seraient les marchés concernés ? Le fret de proximité, lequel peut avoir des conséquences pour le consommateur en termes de prix de marchandises, et de rapidité de livraisons. Pour le transport de voyageurs, le régional et l'inter-cités. Les résultats pourraient être importants : en Allemagne, le prix du train.km dans le régional est l'ordre de 10 à 11€ alors qu'en France, il est de 17 à 18€ pour le même type de train et le même type de service. Et l'explication essentielle de cette différence est bien le mode de gouvernance. Pour réussir cette concurrence, cela n'est pas si simple et il y a énormément d'éléments à prendre en compte : les questions de standardisation technique, la question de la transférabilité du personnel de l'entreprise en place. On peut parler d'une harmonisation sociale vers le haut mais ce serait un peu enlever la raison de la concurrence qui est de laisser aux entreprises la liberté de s'organiser pour avoir les coûts les plus faibles. Il faut donc un accompagnement social mais l'harmonisation ne doit pas être un préalable à l'ouverture.

L'importance de la comparaison

L'autre élément important est la création d'un marché du matériel roulant, lequel a un coût important. Le marché qui fera l'objet de l'appel d'offre ne doit pas être trop gros si on veut qu'il y ait des compétiteurs. La définition du marché doit donc être bien calibrée. Et une fois le marché attribué, les difficultés ne sont pas terminées car il peut y avoir de mauvaises surprises concernant le concessionnaire choisi. En Suède, par exemple, même si l'ouverture a été globalement concluante, les autorités organisatrices se sont souvent plaintes que les concessionnaires revenaient deux ou trois ans après en renégociant la subvention à la hausse. Finalement, ce qui est important dans ce type de concurrence, c'est la comparaison. Une autorité organisatrice de transport, une région, pourra comparer comment fonctionnent les transports dans la région voisine et ainsi, par l'exploitation de cette information, optimiser les transports au bénéfice des consommateurs. En conclusion, l'ouverture est complexe et donc il est temps de se préparer. On aurait certainement dû choisir l'occasion de cette refondation du ferroviaire à travers cette loi pour mettre en place le cadre légal, qui permettrait non pas simplement des expérimentations mais une généralisation de la concurrence dans le ferroviaire au niveau régional. « Ce texte est extrait d'une intervention de Marc Ivaldi dans le cadre d'un colloque de l'Institut national de la Consommation ».

Chapitre 3

Bien collectif

Sommaire

http://pascal.favard.free.fr/

Exercice 10 : PinPon Dans une économie il y a deux biens : un bien privé et un bien collectif, la protection civile. Cette économie est composée de N consommateurs identiques en tout point. La fonction d'utilité du consommateur i, $i = (1, \cdots, N)$, est : $u_i(x_i, G) = x_i^{\alpha} G^{\beta}$ et son revenu est $\mathcal{R}$. Les paramètres α et β appartiennent à l'intervalle : $]0,1[$. Ce consommateur consomme les quantités x_i de bien privé et G de bien collectif. Les prix unitaires, de marché, des deux biens, sont supposés égaux à un.

1 – De quel type est la fonction d'utilité ? Écrivez le programme du consommateur i.

2 – Calculez $g_i^{\mathcal{EN}}\left(\sum_{k \neq i} g_k\right)$, la fonction de meilleure réponse, aux quantités de bien collectif achetées par les autres consommateurs, en terme de quantité de bien collectif achetée par le consommateur i.

3 – Calculez $g_i^{\mathcal{EN}}$, la quantité de bien collectif financée par le consommateur i à l'équilibre de Nash. Déduisez-en $G^{\mathcal{EN}}$.

4 – Écrivez le programme du planificateur bénévolent traitant de façon équipondérée tous les consommateurs. Calculez $G^{\mathcal{OP}}$, la quantité de bien collectif optimale au sens de Pareto.

5 – Notons $\mathcal{I}_G = \frac{G^{\mathcal{OP}} - G^{\mathcal{EN}}}{G^{\mathcal{OP}}}$. Que mesure $\mathcal{I}_G$? Calculez $\mathcal{I}_G$.

6 – Comment évolue $\mathcal{I}_G$ par rapport à N et par rapport au ratio $\frac{\alpha}{\beta}$? Commentez.

Solution :

1) Cobb-Douglas. Le programme du consommateur i est :

$$\mathscr{P}_i \left| \begin{array}{l} \underset{\{x_i, g_i\}}{\text{Max}} \; x_i^{\alpha} \left(g_i + \sum_{k \neq i} g_k \right)^{\beta} \\ slc \; x_i + g_i \leq \mathcal{R}. \end{array} \right. \tag{3.1}$$

2) La fonction d'utilité étant du type Cobb-Douglas, la CN1 de (3.1) est suffisante et la solution sera intérieure. On a trivialement : $g_i\left(\sum_{k \neq i} g_k\right) = \dfrac{\beta \mathcal{R} - \alpha \sum_{k \neq i} g_k}{\alpha + \beta}$.

3) Tous les consommateurs sont identiques, donc : $\sum_{k \neq i} g_k^{\mathcal{EN}} = (N-1) g_i^{\mathcal{EN}}$.

i. Alors $g_i^{\mathcal{EN}} = \dfrac{\beta \mathcal{R}}{\alpha N + \beta}$ et,

ii. par définition : $G^{\mathcal{EN}} = \sum_{i=1}^{N} g_i^{\mathcal{EN}} = \dfrac{\beta \mathcal{R} N}{\alpha N + \beta}$.

4) Recherchons la quantité de « protection civile » optimale au sens de Pareto.

i. Le programme du planificateur est :

$$\mathscr{P}_{plan} \left| \; \underset{\{g_1, \cdots, g_N\}}{\text{Max}} \sum_{i=1}^{N} (\mathcal{R} - g_i)^{\alpha} \left(\sum_{i=1}^{N} g_i \right)^{\beta}. \right. \tag{3.2}$$

ii. En utilisant la condition de Bowen-Lindahl-Samuelson, on a $G^{\mathcal{OP}}$ solution de :

$$-\sum_{i=1}^{N} TmS_i \left(\mathcal{R} - g_i, \sum_{i=1}^{N} g_i \right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\beta \sum_{i=1}^{N} (\mathcal{R} - g_i)}{\alpha \sum_{i=1}^{N} g_i} = 1 \Rightarrow \frac{\beta (N\mathcal{R} - G)}{\alpha G} = 1 \Rightarrow G^{\mathcal{OP}} = N \frac{\beta \mathcal{R}}{\alpha + \beta} \Rightarrow g_i^{\mathcal{OP}} = \frac{\beta \mathcal{R}}{\alpha + \beta}.$$

5) Il y a un problème de « free-riding ». En effet, $g_i^{\mathcal{EN}} < g_i^{\mathcal{OP}}$ si $N > 1$.

i. C'est un indice qui mesure l'importance du free-riding. Il peut être comparé à l'indice de Lerner qui mesure le mark-up du monopole.

ii. $\mathcal{I}_G = \dfrac{N\frac{\beta\mathcal{R}}{\alpha+\beta} - \frac{\beta\mathcal{R}N}{\alpha N+\beta}}{N\frac{\beta\mathcal{R}}{\alpha+\beta}} = 1 - \dfrac{\alpha+\beta}{\alpha N+\beta} = \dfrac{N-1}{N+\frac{1}{\frac{\alpha}{\beta}}}$.

6) Statique comparative.

i. On a : $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{I}_G}{\mathrm{d}N} = \dfrac{1+\frac{\beta}{\alpha}}{\left(N+\frac{\beta}{\alpha}\right)^2} \in]0,1[$. Plus la population est importante plus le problème de free-riding est prégnant.

ii. On a : $\dfrac{\mathrm{d}\mathcal{I}_G}{\mathrm{d}\frac{\alpha}{\beta}} = \dfrac{N-1}{\left(\frac{\alpha N}{\beta}+1\right)^2} > 0$. Si l'élasticité de la consommation de bien collectif par rapport à la consommation de bien privé, à niveau d'utilité constant, augmente en valeur absolue, le free-riding sera plus important.

Exercice 11 : Tu substitues, je complémente Dans une économie il y a deux biens : un bien privé et un bien collectif. Cette économie est composée de deux consommateurs dont les revenus sont identiques et égaux à $\mathcal{R}$. La fonction d'utilité du consommateur 1 est : $u_1(x_1, G) = min\{x_1, G\}$ et celle du consommateur 2 est : $u_2(x_2, G) = x_2 + G$. La quantité x_i, $i = 1, 2$, représente la consommation de bien privé et G celle de bien collectif du consommateur i. Les prix unitaires, de marché, des deux biens, sont supposés égaux à un.

1 – Calculez $g_i^{\mathcal{EN}}(g_{k\neq i})$, la fonction de meilleure réponse, à la quantité de bien collectif achetée par l'autre consommateur, en terme de quantité de bien collectif achetée par le consommateur i. Si un des deux consommateurs a plusieurs meilleurs choix possibles, on supposera qu'il consacre la moitié de son revenu à l'acquisition du bien privé.

2 – Calculez $g_i^{\mathcal{EN}}$, la quantité de bien collectif financée par le consommateur i à l'équilibre de Nash. Déduisez-en $G^{\mathcal{EN}}$.

3 – Supposons qu'il y ait un planificateur bénévolent traitant de façon équipondérée les deux consommateurs. Calculez $G^{\mathcal{OP}}$, la quantité de bien collectif optimale au sens de Pareto. Commentez. Y a-t-il du « free-riding » dans cette économie ?

Solution :

1) Le bien privé et le bien collectif sont des compléments parfait pour le consommateur 1. On a donc $g_1^{\mathcal{EN}}(g_2) = \frac{\mathcal{R}-g_2}{2}$. Pour le consommateur 2, les biens sont substituts. Les prix des deux biens étant identiques et le rapport de substitution égal à un, il y a une infinité de meilleurs choix. On a $g_2^{\mathcal{EN}}(g_1) = \frac{\mathcal{R}}{2}$ puisqu'on a supposé qu'il consacre la moitié de son revenu à l'acquisition du bien privé.

2) Si l'économie n'est pas régulée :

i. l'équilibre de Nash est : $\left(g_1^{\mathcal{EN}}, g_2^{\mathcal{EN}}\right) = \left(\frac{\mathcal{R}}{4}, \frac{\mathcal{R}}{2}\right)$ et,

ii. à l'équilibre de Nash $G^{\mathcal{EN}} = \frac{\mathcal{R}}{4} + \frac{\mathcal{R}}{2} = \frac{3\mathcal{R}}{4}$.

3) Si l'économie est régulée :

i. à l'optimum de Pareto on a $G^{\mathcal{OP}} = \mathcal{R}$, avec $g_1^{\mathcal{OP}} = 0$ et $g_2^{\mathcal{OP}} = \mathcal{R}$. Dans cette économie, le bien-être maximal pouvant être atteint est $w = 2\mathcal{R}$. Pour le consommateur 2, les bien étant substituts à un taux unitaire, il est socialement optimal qu'il affecte tout son revenu à l'acquisition du bien collectif ($g_2^{\mathcal{OP}} = \mathcal{R}$). Cette acquisition permettant de générer de la satisfaction pour lui-même mais aussi pour l'autre consommateur. Dans ce cadre, le consommateur 1, puisque, pour lui, les biens sont parfaitement complémentaires, afin de ne pas « gaspiller » du surplus, il faut qu'il affecte tout son revenu à la consommation du bien privé ($g_1^{\mathcal{OP}} = 0$).

ii. Il y a du free-riding puisque $G^{\mathcal{OP}} > G^{\mathcal{EN}}$.

Exercice 12 : T'en croques. Soit une économie avec deux consommateurs ($i = 1, 2$) et deux biens ($\ell = 1, 2$) échangés sur des marchés concurrentiels. Le bien 1 a une particularité : lorsqu'un consommateur achète une unité de ce bien cela augmente sa quantité consommée de ce bien d'autant (i.e. de 1) mais en plus cela augmente de $\alpha \in [0, 1]$ la quantité consommée de ce bien par l'autre consommateur sans que celui-ci n'ait besoin de débourser un centime. La fonction d'utilité du consommateur i est : $u^i(x_1^i, x_2^i) = \ln(x_1^i) + x_2^i$ où x_1^i (resp. x_2^i) est la quantité consommée de bien 1 (resp. 2) par le consommateur i. Les deux consommateurs ont le même revenu exogène $\mathcal{R}$, le prix unitaire du bien 1 est noté p et le bien 2 est le numéraire.

1 – Donnez une interprétation de α.

2 – Donnez un exemple concret de bien du type du bien 1.

Supposons que le bien 2 soit un bien privé.

3 – Déterminez les consommations du consommateur i à l'équilibre de Nash.

4 – Supposons que le bien-être social soit mesuré par la somme équipondérée des niveaux d'utilités des deux consommateurs. Dans quels cas l'équilibre de Nash calculé précédemment est un optimum de Pareto ? Commentez.

Supposons à présent que le bien 2 ait la même particularité que le bien 1.

5 – Déterminez les consommations du consommateur i à l'équilibre de Nash.

6 – Supposons que le bien-être social soit mesuré par la somme équipondérée des niveaux d'utilités des deux consommateurs. Dans quels cas l'équilibre de Nash calculé précédemment est un optimum de Pareto ? Commentez.

Solution :

1) Notons y^1 (resp. y^2) la quantité de bien 1 achetée par le consommateur 1 (resp. 2). On a donc $x_1^1 = y^1 + \alpha y^2$ et $x_1^2 = y^2 + \alpha y^1$. La paramètre α mesure la « part collective » du bien 1.

2) Des géraniums pour fleurir un balcon.

3) La contrainte budgétaire du consommateur 1 est : $py^1 + x_2^1 = \mathcal{R}$, en substituant dans sa fonction d'utilité on a : $u^1(y^1) = \ln(y^1 + \alpha y^2) + \mathcal{R} - py^1$. Le programme du consommateur 1 est :

$$\mathscr{P}_{Conso1} \left| \begin{array}{l} \underset{\{y^1\}}{\text{Max}} \ \ln(y^1 + \alpha y^2) + \mathcal{R} - py^1 \\ slc \ y^1 \geq 0 \end{array} \right. \tag{3.1}$$

La fonction de meilleure réponse du consommateur 1 est donc : $y^1(y^2) = max\left\{0, \dfrac{1 - \alpha py^2}{p}\right\}$.

Le jeu que l'on étudie est symétrique donc : $y^2(y^1) = max\left\{0, \dfrac{1 - \alpha py^1}{p}\right\}$. L'équilibre de Nash,

http://pascal.favard.free.fr

noté E_N, est donc : $\left(\frac{1}{(1+\alpha)p}, \frac{1}{(1+\alpha)p}\right)$, ce qui implique qu'à l'équilibre de Nash $x_1^i = \frac{1}{p}$ et $x_2^i = \mathcal{R} - \frac{1}{(1+\alpha)}$.

4) Le programme que l'on doit résoudre est :

$$\mathscr{P}_W \left| \begin{array}{l} \underset{\{y^1,y^2\}}{\text{Max}} \ \ln(y^1+\alpha y^2) + \mathcal{R} - py^1 + \ln(y^2+\alpha y^1) + \mathcal{R} - py^2 \\ slc\ y^1 \geq 0 \text{ et } y^2 \geq 0 \end{array} \right. \tag{3.2}$$

Si on soustrait terme à terme les deux CN1 on obtient que la solution de (3.2) doit vérifier : $(y^2 - y^1)(1-\alpha)^2 = 0$. Soit $\alpha = 1$ et alors $y^1 = y^2 = \frac{1}{p}$ ou $\alpha \neq 1$ et alors $y^1 = y^2 = \frac{1}{p}$. Donc l'optimum de Pareto, noté O_p, quelque soit la valeur de α, les quantités achetées de bien 1 sont : $\left(\frac{1}{p}, \frac{1}{p}\right)$. L'équilibre de Nash, E_N, est un optimum de Pareto si et seulement si $\alpha = 0$. Dans ce cas le bien 1 est un bien privé, le niveau d'utilité de chacun ne dépend que de ses choix. Il est donc impossible de « free-rider » pour ces consommateurs. En revanche, si $\alpha \neq 0$, le bien 1 est en partie un bien public et le niveau d'utilité de chacun dépend aussi des choix de l'autre. Il y a donc du free-riding et évidemment l'équilibre n'est pas un optimum.

5) Le programme du consommateur 2 est :

$$\mathscr{P}_{Conso2} \left| \begin{array}{l} \underset{\{y^2\}}{\text{Max}} \ \ln(y^2+\alpha y^1) + \mathcal{R} - py^2 + \alpha(\mathcal{R} - py^1) \\ slc\ y^2 \geq 0 \end{array} \right. \tag{3.3}$$

La fonction de meilleure réponse du consommateur 2 est : $y^2(y^1) = max\left\{0, \frac{1-\alpha p y^1}{p}\right\}$. L'équilibre de Nash est donc E_N.

6) Le programme que l'on doit résoudre est :

$$\mathscr{P}_{W'} \left| \begin{array}{l} \underset{\{y^1,y^2\}}{\text{Max}} \ \ln(y^1+\alpha y^2) + \ln(y^2+\alpha y^1) + (1+\alpha)\left(\mathcal{R} - py^1\right) + (1+\alpha)\left(\mathcal{R} - py^2\right) \\ slc\ y^1 \geq 0 \text{ et } y^2 \geq 0 \end{array} \right. \tag{3.4}$$

Si on soustrait terme à terme les deux CN1 on obtient que la solution de (3.4) doit vérifier : $(y^2 - y^1)(1-\alpha)^2 = 0$. Soit $\alpha = 1$ et alors $y^1 = y^2 = \frac{1}{p(1+\alpha)}$ ou $\alpha \neq 1$ et alors $y^1 = y^2 = \frac{1}{p(1+\alpha)}$. Dans les deux cas les quantités à l'optimum sont les mêmes qu'en E_N. L'équilibre de Nash est un optimum de Pareto. Le consommateur i peut décider de « sous-acheter » du bien 1, profitant des quantités de bien 1 achetées par l'autre consommateur et diminuant le niveau de satisfaction de celui-ci. En faisant cela, puisqu'il sature sa contrainte budgétaire, il va acheter plus de bien 2 et augmenter le niveau de satisfaction de l'autre consommateur ; il ne peut pas free-rider sur les deux biens simultanément « à cause de sa contrainte budgétaire ».

Exercice 13 : Vickrey-Clarke-Groves Les trois petits cochons veulent construire une palissade pour protéger, des attaques du loup, leurs maisons mitoyennes. Le coût de construction de cette palissade entourant le hameau formé des trois maisons est de 1500€. La disposition maximale à contribuer, supposée être une information privée, du petit cochon i, est notée $\bar{c}_i$, avec $\bar{c}_1 = 200$€, $\bar{c}_2 = 400$€ et $\bar{c}_3 = 1000$€. Si la construction de la palissade est adoptée, chacun contribuera à hauteur du tiers du coût de la construction.

http://pascalfavard.free.fr/

1 – Qualifiez économiquement la palissade. Justifiez votre réponse en utilisant la terminologie idoine.

2 – La palissade doit-elle être construite ? Pourquoi ?

3 – Une procédure de vote est mis en place. Le projet recueille-t-il la majorité absolue des suffrages ?

Supposons que les petits cochons, autour d'une table, se mettent d'accord sur un mécanisme un peu compliqué. Chacun annonce un montant a_i, sans connaître les annonces des autres. Le « jeu » est simultané. La palissade sera construite si $\sum_{i=1}^{3} a_i \geq 1500$. Chacun recevra ou versera un transfert t_i égal à $(\sum_{j \neq i} a_j) - \frac{3200}{3}$ et paiera un tiers du coût de la construction. Un intermédiaire financier [1] bénévolant gére les échanges monétaires et assume les déséquilibres que la mise en place des transferts engendre.

4 – Donnez l'expression du surplus de i, noté S_i, en fonction des annonces des autres petits cochons et de $\bar{c}_i$.

5 – Donnez l'expression du surplus de i si les deux autres petits cochons annoncent la vérité (i.e. $a_j = \bar{c}_j$ avec $j \neq i$). Est-ce une stratégie dominante, pour i, de dire la vérité (i.e. $a_i = \bar{c}_i$) ? La palissade sera-t-elle construite ?

6 – D'où vient le terme constant $\frac{3200}{3}$ dans le transfert ? Y a-t-il quelque chose qui vous choque ?

7 – Calculez les transferts si : $\forall i \in \{1, 2, 3\}$; $a_i = \bar{c}_i$.

8 – Calculez la contribution financière nette à la construction de la palissade de chacun des trois petits cochons.

9 – Montrez que ce mécanisme n'est pas robuste à la collusion.

Solution :

1) C'est un bien collectif, si l'on voulait être très précis : c'est la protection assurée par la palissade qui est un bien collectif. Par commodité on confondra le bien palissade et le bien protection. Les maisons étant mitoyennes, il n'est pas possible de construire une palissade protégeant qu'une ou que deux habitations. Le bien est donc non-excludable. Il est aussi non-rival puisque le fait qu'une maison soit protégée ne diminue pas l'efficacité de la protection pour les autres maisons.

2) La palissade doit être construite puisque $\sum_{3}^{i=1} \bar{c}_i = 1600 > 1500$.

3) Le coût individuel de la construction est de 500€. Le petit cochon i votera pour le projet si : $\bar{c}_i \geq 500$. Le projet est donc rejeté puisqu'il ne recueille qu'une voix.

4) Le suplus de i est :

$$S_i = \begin{cases} \bar{c}_i - 500 + \left(\sum_{j \neq i} a_j\right) - \dfrac{3200}{3} & \text{si } \sum_{3}^{i=1} a_i \geq 1500, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

1. Un État par exemple.

http://pascal.favard.free.fr/

donc :

$$S_i = \begin{cases} \bar{c}_i + \left(\sum_{j\neq i} a_j\right) - \dfrac{4700}{3} & \text{si } \sum_{3}^{i=1} a_i \geq 1500, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{3.1}$$

5) En utilisant (3.1), le suplus de i est :

$$S_i = \begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{3} \bar{c}_i\right) - \dfrac{4700}{3} & \text{si } a_i + \sum_{j\neq i} \bar{c}_j \geq 1500, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

donc :

$$S_i = \begin{cases} \dfrac{100}{3} & \text{si } a_i \geq 1500 - \sum_{j\neq i} \bar{c}_j, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{3.2}$$

Dire la vérité est une stratégie faiblement dominante pour chacun des petits cochons. Si i annonce $a_i < 1500 - \sum_{j\neq i} \bar{c}_j$ alors le projet ne sera pas réalisé, son surplus sera nul. Si i annonce $\bar{c}_i \geq a_i \geq 1500 - \sum_{j\neq i} \bar{c}_j$ soit le projet n'est pas réalisé, les autres n'ayant pas fait des annonces suffisamment élevées et son surplus sera nul ; soit le projet est réalisé et son surplus sera (cf. (3.2)) de $\frac{100}{3}$. Annoncer $\bar{c}_i$ est donc faiblement dominant. La palissade sera donc construite. Contrairement au scrutin majoritaire ce mécanisme dit de Vickrey-Clarke-Groves permet la construction du bien collectif.

6) Le surplus social si la palissade est construite, noté SS, s'élève à 1600. On a $\frac{3200}{3} = \frac{2}{3} SS$. On peut se demander comment le surplus social est connaissance commune alors que les $\bar{c}_i$ sont connaissance privée.

7) Dans ce cas on a : $t_i = \left(\sum_{j\neq i} \bar{c}_j\right) - \frac{3200}{3}$, donc $\vec{t} = (t_1, t_2, t_3) = \left(\frac{1000}{3}, \frac{400}{3}, -\frac{1400}{3}\right)$, notons que $\sum_{i=1}^{3} t_i = 0$.

8) Le vecteur des contributions nettes : $\vec{c} = \vec{t} - \left(\frac{1500}{3}, \frac{1500}{3}, \frac{1500}{3}\right) = \left(-\frac{500}{3}, -\frac{1100}{3}, -\frac{2900}{3}\right)$, notons que $\sum_{i=1}^{3} c_i = 1500$.

9) Supposons que les deux premiers petits cochons passent un accord secret et décident de proposer $a_1 = 210$ et $a_2 = 410$. On a alors : $a_1 + a_2 + \bar{c}_3 = 210 + 410 + 1000 = 1620$. La palissade sera donc construite et les S_i seront plus élevés mais la somme des transferts sera positives. L'intermédiaire financier (État) devra financer ce différentiel...

Exercice 14 : Y a un os ! La Présipauté de Groland est composée de trois groupes[1] d'individus, les Ecolos (E), les Coolos (C) et les Rapidos (R). Dans la Présipauté il y a N_E Ecolos, N_C Coolos et N_R Rapidos. Notre Présipauté doit construire entre notre belle capitale et la ville de Labasijsui une

1. Comme l'a montré Joe Marketing dans son célèbre rapport « En fait nous sommes trois ! ».

http://pascal.favard.free.fr/

voie de communication. Trois projets sont possibles, une autoroute (V), une ligne de chemin de fer (T) ou un canal navigable (B). Notons $U_i(j)$ l'utilité du projet j ($j = V, T, B$) pour un individu du groupe i ($i = E, C, R$), avec :

$$\begin{array}{lll} U_E(V) = 0 & U_E(T) = 1 & U_E(B) = 3 \\ U_C(V) = 0 & U_C(T) = 3 & U_C(B) = 1 \\ U_R(V) = 3 & U_R(T) = 1 & U_R(B) = 0. \end{array} \tag{3.1}$$

Le projet que souhaite construire notre Président est celui qui maximise la somme des utilités de tous les citoyens, peu importent les coûts de construction. Nous appellerons Φ^* ce projet, Φ^* peut donc être V, T ou B. Le problème est que notre Président ne connaît pas les valeurs de N_E, N_C et N_R. Comme notre Président est un grand démocrate, il décide de mettre en place un vote. Léa Maéco la conseillère principale de notre Président lui propose quatre procédures, P_k avec $k = 1, 2, 3, 4, 5$, de vote :

- P_1, vote majoritaire à un tour. Chaque citoyen vote pour le projet qu'il préfère, le projet retenu est celui qui obtient le plus de voix.
- P_2, vote majoritaire à deux tours. Chaque citoyen vote pour le projet qu'il préfère. Si un projet obtient plus de la moitié des voix, il est choisi. Sinon, le projet ayant obtenu le moins de voix est éliminé et la population revote sur les deux projets restants.
- P_3, la coupe. On tire au sort deux projets. La population vote sur ces deux projets et donc en élimine un des deux. Le projet restant et le projet qui n'a pas été tiré au sort sont soumis à un nouveau vote.
- P_4, le championnat. On procède à trois votes, un vote entre V et T, un vote entre V et B, et un vote entre T et B. Le projet ayant gagné le plus de fois est choisi. En cas d'égalité on départage les projets en choisissant celui qui a obtenu le plus de voix.
- P_5, la notation. Chaque citoyen donne une note à chaque projet. La note globale attribuée à chaque projet est égale à la somme des notes qu'il a obtenues.

Vous allez comparer ces quatre procédures. La seule information [2] que nous avons sur les effectifs de chaque groupe est que :

$$\frac{2}{3}N_E > N_R > N_C \text{ et } N_E < N_R + N_C. \tag{3.2}$$

1 – De quel type sont les biens V, T et B, pourquoi ?
2 – Quel est le projet socialement optimal, Φ^* ?
3 – Supposons que l'on utilise P_1 et que chaque citoyen vote selon ses préférences, quel projet est choisi ?
4 – Supposons que l'on utilise P_2 et que chaque citoyen vote selon ses préférences, quel projet est choisi ?

2. La population connaît cette information.

5 – Supposons que l'on utilise P_3 et que chaque citoyen vote selon ses préférences, quel projet est choisi ?

6 – Supposons que l'on utilise P_4 et que chaque citoyen vote selon ses préférences, quel projet est choisi ?

7 – Supposons que l'on utilise P_5 et que chaque citoyen donne une note à chaque projet égale à l'utilité qu'aurait le projet pour lui s'il était réalisé, quel projet est choisi ?

8 – Que pouvez-vous dire sur les résultats obtenus dans les questions précédentes ?

9 – Dans les questions précédentes on a supposé que chaque citoyen vote selon ses préférences, auraient-ils pu avoir des comportements stratégiques, dans certains cas, en ne votant pas selon leurs préférences ?

Solution :

1) En général ces biens sont excludables puisqu'il est assez peu coûteux d'instaurer des « péages [3] » et, non rivaux, puisqu'il n'y a quasiment pas de destruction par l'usage au moins jusqu'à une certaine limite. Ce sont donc des biens de « club ».

2) De (3.2) on déduit que :

$$2N_E > 3N_R > 3N_C \Rightarrow N_E > N_R > N_C, \tag{3.3}$$

puisque les effectifs sont des nombres positifs. Calculons l'utilité sociale $\mathbb{U}$ des trois projets, la formule générale, pour le projet j, de celle-ci est :

$$\mathbb{U}(j) = \sum_i N_i U_i(j) \text{ avec } i = E, C, R$$

donc en utilisant (3.1) on a :

$$\begin{aligned}
\mathbb{U}(V) &= N_E U_E(V) + N_C U_C(V) + N_R U_R(V) = 3N_R \\
\mathbb{U}(T) &= N_E U_E(T) + N_C U_C(T) + N_R U_R(T) = N_E + 3N_C + N_R \\
\mathbb{U}(B) &= N_E U_E(B) + N_C U_C(B) + N_R U_R(B) = 3N_E + N_C
\end{aligned}$$

Or par hypothèse $N_E > N_R$ donc $3N_E > 3N_R$ et donc $3N_E + N_C > 3N_R$, le projet autoroute n'est donc pas socialement optimal. Il reste donc à comparer le projet canal et le projet chemin de fer. Calculons $\mathbb{U}(T) - \mathbb{U}(B)$:

$$\mathbb{U}(T) - \mathbb{U}(B) = N_E + 3N_C + N_R - (3N_E + N_C) = 2N_C + N_R - 2N_E$$

montrons que cette valeur est négative sous nos hypothèses (3.2) :

$$2N_C + N_R - 2N_E < 0 \Leftrightarrow 2N_E > 2N_C + N_R$$

or :

$$\frac{2}{3}N_E > N_R \Leftrightarrow 2N_E > 3N_R \text{ et } N_R > N_C \Rightarrow 3N_R > 2N_C + N_R$$

donc $\mathbb{U}(T) - \mathbb{U}(B) < 0$. Cela implique que $\Phi^* = B$. Sachant que notre Président souhaite maximiser le bien-être social, s'il connaissait les effectifs des trois groupes il choisirait de construire un canal navigable.

3. Péages, écluses, gares, etc.

http://pascal.favard.free.fr/

3) Dans ce cas les Ecolos votent pour le canal, les Coolos pour la ligne de chemin de fer et les rapidos pour l'autoroute. Les Ecolos étant les plus nombreux (3.3), c'est le canal navigable qui obtiendra le plus de voix et qui sera donc choisi étant donné la procédure de vote. Le canal navigable sera donc construit.

4) Aucun projet ne va obtenir plus de la moitié des voix au premier tour. Le projet qui va obtenir le plus de voix est le canal mais on sait (cf.(3.2)) que $N_E < N_R + N_C$, donc le projet B, n'obtiendra pas la majorité. Au premier tour le projet de ligne de chemin de fer est éliminé, puisque c'est les Coolos qui votent pour ce projet et qu'ils sont les moins nombreux. Donc au second tour il reste le projet B et le projet V. Les Coolos ne peuvent plus voter pour « leur » projet, ils vont donc voter pour leur second choix, le projet B. Ce projet va donc obtenir $N_C + N_E$ et le projet V va obtenir N_R voix. Comme $N_E > N_R$, on a évidemment $N_C + N_E > N_R$. Au second tour le projet B obtient le plus de voix. Le canal navigable sera donc construit.

5) Étude des cas possibles.

i. Le projet V et le projet B sont tirés au sort :
Dans ce cas le projet V obtient les voix des Rapidos et le projet B les voix des Ecolos et des Coolos. Comme $N_E > N_R$, on a évidemment $N_C + N_E > N_R$. Le projet V est éliminé. Au second tour, le projet B est en concurrence avec le projet T. Le projet B recueille N_E voix et le projet T recueille $N_C + N_R$ voix. Nous savons que $N_E < N_R + N_C$ (cf.(3.2)). C'est donc la ligne de chemin de fer qui sera construite.

ii. Le projet V et le projet T sont tirés au sort :
Dans ce cas le projet V obtient les voix des Rapidos et le projet T les voix des Ecolos et des Coolos. Comme $N_E > N_R$, on a évidemment $N_C + N_E > N_R$. Le projet V est éliminé. Au second tour, le projet T est en concurrence avec le projet B. Le projet B recueille N_E voix et le projet T recueille $N_C + N_R$ voix. Nous savons que $N_E < N_R + N_C$ (cf.(3.2)). C'est donc la ligne de chemin de fer qui sera construite.

iii. Le projet T et le projet B sont tirés au sort :
Dans ce cas le projet T obtient les voix des Rapidos et des Coolos et le projet B les voix des Ecolos. Nous savons que $N_E < N_R + N_C$ (cf.(3.2)), donc le projet B est éliminé. Au second tour, le projet T est en concurrence avec le projet V. Le projet V recueille N_R voix et le projet T recueille $N_C + N_E$ voix. C'est donc la ligne de chemin de fer qui sera construite.
Quel que soit le tirage au sort c'est le projet T qui sera choisi. C'est donc la ligne de chemin de fer qui sera construite.

Premier tour	Second tour
$T \succ V$	$T \succ B$
$T \succ B$	$T \succ V$
$B \succ V$	$T \succ B$

(3.4)

6) En utilisant la table (3.4) on a :

i. Si on vote entre V et T : Dans ce cas c'est T qui gagne.
ii. Si on vote entre V et B : Dans ce cas c'est B qui gagne.
iii. Si on vote entre T et B : Dans ce cas c'est T qui gagne.

Donc T gagne deux fois et B une fois, le projet V jamais. C'est donc la ligne de chemin de fer qui sera construite.

7) Par construction on est dans le même cas que le vote majoritaire à un tour.

8) Dans notre cas, les procédures « classiques » P_1 et P_2 permettent d'atteindre l'optimum, c'est à dire construire un canal navigable. Les procédures plus complexes P_3 et P_4 ne permettent pas d'atteindre l'optimum. Mais nous n'avons pas tenu compte des votes stratégiques.

9) Étude des procédures de vote.

i. Si on utilise P_1 :

Les Rapidos savent qu'ils n'ont aucune chance de voir une autoroute construite. Entre le projet B et le projet T, ils préfèrent le projet T. Donc stratégiquement ils ont intérêt à voter T plutôt que V. S'ils le font, alors, le projet T obtient $N_R + N_C$ voix et il est retenu face au projet V qui n'obtient que N_E voix. C'est la ligne de chemin de fer qui sera construite.

Le résultat est donc modifié s'il y a comportement stratégique des Rapidos. Les autres ne peuvent pas contrer les Rapidos.

ii. Si on utilise P_2 :

Les Rapidos savent qu'au second tour le projet V n'a aucune chance de gagner. Ils ont donc intérêt à voter T dès le premier tour. Au second tour le projet T l'emportera face au projet B. C'est la ligne de chemin de fer qui sera construite.

Le résultat est donc modifié s'il y a comportement stratégique des Rapidos. Les autres ne peuvent pas contrer les Rapidos.

iii. Si on utilise P_3 :

Lorsque les projets T et V sont tirés au sort. Les Ecolos savent qu'au second tour que V perdra toujours, ils ont donc intérêt à voter V au premier tour. Dans ce cas V gagne au premier tour et perd au second tour contre B. Malheureusement pour les Ecolos, les Rapidos savent que V ne peut jamais gagner. Ils ont donc intérêt à voter T au premier tour, comme $N_R + N_C > N_E$ le projet T gagne et la stratégie des Ecolos échoue. Autoriser les votes stratégiques ne change pas le résultat du vote.

iv. Si on utilise P_4 :

Lorsque l'on vote entre V et T, si les Ecolos votent stratégiquement pour le projet V, c'est lui qui gagne et donc chaque projet gagne une fois. Il y a égalité. Il faut comparer les voix. Le projet V obtient $N_E + N_R$ et N_R soit en tout $N_E + 2N_R$. Le projet B obtient $N_E + N_C$ et N_E soit en tout $2N_E + N_C$. Le projet T obtient N_C et $N_R + N_C$ soit en tout $N_R + 2N_C$. Le projet B obtient le plus de voix, puisque :

$$(2N_E + N_C) - (N_E + 2N_R) = N_E + N_C - 2N_R > N_E + N_E - N_R - 2N_R = 2N_E - 3N_R > 0$$

et :

$$(2N_E + N_C) - (N_R + 2N_C) = 2N_E - N_R - N_C > 0.$$

Mais les Rapidos n'ont pas intérêt à laisser faire les Ecolos et ils vont voter pour le projet T sachant que V ne peut jamais gagner. Comme $N_R + N_C > N_E$, en faisant ça les Rapidos rétablissent le résultat initial. Autoriser les votes stratégiques ne change pas le résultat du vote.

Si les votes stratégiques sont envisagés, la population étant en capacité de prévoir parfaitement

http://pascal.favard.free.fr/

les résultats, c'est toujours la ligne de chemin de fer qui sera construite et donc l'optimum ne sera jamais atteint.

Exercice 15 : Que la fête commence... La ville de Mufflins, comme toutes les villes de la Présipauté du Groland, est composée d'autant d'hommes que de femmes depuis le décret 1423.12 du 21 juin 2003. Le président Salengro ne supportait plus les asymétries. Le maire de Mufflins souhaite organiser un baloche sur la Gran-Place, ouverte aux « quatre vents » et bien trop grande, comme disent les mufflinois. Soit U_f l'utilité procurée par le baloche, pour la mufflinoise représentative et U_h celle du mufflinois représentatif. La taille de la population de Mufflins est normalisée à deux. Notons Q la qualité de l'orchestre, le coût du baloche (cachet de l'orchestre, scène, lumières, etc.) est noté $C(Q)$ avec $C(Q) = \dfrac{Q^2}{2}$. Le maire décide de demander à la population, avant d'organiser ce baloche, de contribuer financièrement à ce projet. Soit P_f la participation en eugros d'une femme et P_h celle d'un homme. L'utilité de chacun dépend de la qualité de l'orchestre et de sa participation financière. On a donc pour $i = f, h$: $U_i(Q, P_i) = \alpha_i Q - P_i$, avec $\alpha_f > \alpha_h > 0$. Le maire de Mufflins, souhaitant être réélu aux prochaines élections municipales, décide de ne pas obliger les mufflinois à participer financièrement à ce projet ; tous pourront pourtant en profiter si le baloche à lieu. De plus, le maire n'a pas pour objectif que la soirée soit bénéficiaire, seul le bien-être de sa population l'intéresse. Il cherche donc, un ou plusieurs vecteurs qualité-participations acceptables. Soit $\vec{B} = (Q, P_f, P_h)$, un de ces vecteurs, on dira que $\vec{B}$ est acceptable, pour le maire, si la somme des participations permet de financer le baloche de qualité Q **et** si $\vec{B}$ procure une utilité positive à chacun des mufflinois. Tout le monde est en information parfaite et complète.

1 – Pourquoi la fonction de coût n'est pas linéaire en Q ?

2 – Que pouvez-vous dire sur les fonctions d'utilité ?

3 – De quel type est le bien baloche, pourquoi ?

4 – Montrez que la somme des participations individuelles est fonction de Q lorsque le financement du projet est assuré. Représentez dans le plan (P_f, P_h) les participations des mufflinois, en fonction de Q, qui peuvent être atteintes avec les $\vec{B}$ acceptables au sens du maire. Attention, il peut y avoir plusieurs cas.

5 – Représentez dans le plan (U_f, U_h) les utilités des mufflinois, en fonction de Q, qui peuvent être atteintes avec les $\vec{B}$ acceptables au sens du maire.

6 – Parmi les $\vec{B}$ acceptables, lesquels maximisent la somme des utilités individuelles ? Comment peut-on les appeler ? Faites un graphique dans le plan des participations et dans le plan des utilités. Calculez le(s) couple(s) (P_i, U_i), pour $i = f, h$, lorsque la somme des utilités individuelles est maximale et que tous les individus ont la même satisfaction. Qualifiez ce genre de solution(s) ?

7 – Supposons que le maire puisse faire payer une participation différente aux femmes et aux hommes (i.e. il peut discriminer). Si toute la population accepte le $\vec{B}$ proposé par le maire, le baloche est organisé, sinon le projet est abandonné. Montrez que, dans ce cas, les optima de Pareto de premier rang peuvent être implémentés.

8 – En fait, la discrimination est interdite par la loi. Rappelez-vous que le président Salengro déteste les asymétries. Les hommes et les femmes doivent donc avoir des participations égales.

Déterminez les $\vec{B} = (Q, P)$ que l'on peut obtenir. Représentez graphiquement P en fonction de Q. Calculez les niveaux d'utilité U_i en fonction de Q [1]. Représentez graphiquement (U_f, U_h) en fonction de Q. Peut-on, à l'aide de cette procédure, toujours implémenter les optima de Pareto de premier rang ?

9 – Supposons, pour finir, que le maire propose trois participations $(0, \underline{P}, \overline{P})$ à chacun de ses administrés, ceux-ci choisissant soit 0 et donc de ne pas payer, soit une participation élevée $\overline{P}$, soit une plus faible $\underline{P}$. Il n'y a pas discrimination au sens de la loi puisque le montant payé ne dépend pas du sexe de l'individu, mais de ses propres choix. Lorsque le maire propose une qualité Q, il propose aussi un couple $(\underline{P}, \overline{P})$ tel que : $\underline{P} \leq \alpha_h Q < \overline{P} \leq \alpha_f Q$ et $\underline{P} + \overline{P} = \frac{Q^2}{2}$. Montrez que tout le monde a intérêt de participer financièrement à ce projet, les femmes à hauteur de $\overline{P}$ et les hommes à hauteur de $\underline{P}$. On dit que ces mécanismes sont séparateurs, pourquoi ? Quels niveaux de qualités vont être atteints avec ces mécanismes ? Représentez graphiquement (U_f, U_h) en fonction de Q.

10 – Que veut-on éviter avec tous les mécanismes décrits ci-dessus ?

Solution :

1) Il n'y a aucune raison de penser que le cachet d'un orchestre soit linéaire par rapport à sa qualité. De plus, on peut penser que les dépenses connexes (scène, lumières, etc.) ne sont pas non plus linéaires par rapport à la qualité de l'orchestre.

2) α_f étant plus grand que α_h cela signifie que les femmes valorisent plus en terme d'utilité la qualité de l'orchestre que les hommes. La participation financière entraine une désutilité.

3) C'est un bien non-excludable puisque la place est ouverte et, non-rival, puisqu'il n'y a pas destruction par l'usage et que le lieu est trop grand. C'est donc un bien collectif pur.

4) L'ensemble $\mathbb{B}$ (ensemble des $\vec{B}$ acceptables), est l'ensemble des $\vec{B} = (Q, P_f, P_h)$, qui vérifient :

$$\boxed{\begin{cases} P_f + P_h = \dfrac{Q^2}{2} & \text{contrainte de financement,} \\ 0 \leq P_f \leq \alpha_f Q & \text{contrainte de participation de } f, \\ 0 \leq P_h \leq \alpha_h Q & \text{contrainte de participation de } h. \end{cases}} \tag{3.1}$$

Il y a une infinité de couples (P_f, P_h) qui permettent de financer une qualité donnée tout en assurant une utilité non négative aux individus.

L'ensemble $\mathbb{B}$ est un sous-espace de $\mathbb{R}^3_+$. L'ensemble $\mathbb{P}$ des couples (P_f, P_h) qui permettent de financer le baloche de qualité Q est dans un plan « d'origine » $(Q, 0, 0)$. On peut donc facilement le visualiser dans $\mathbb{R}^2_+$. Il y a trois cas possibles, $\alpha_h Q \geq \frac{Q^2}{2}$, $\alpha_h Q < \frac{Q^2}{2} \leq \alpha_f Q$ et $\alpha_h Q < \alpha_f Q < \frac{Q^2}{2} \leq (\alpha_f + \alpha_h) Q$.

5) $\vec{B} = (Q, P_f, P_h)$ procure $U_i = \alpha_i Q - P_i$ à l'individu i. Il est acceptable si $P_f + P_h = \frac{Q^2}{2}$ puisque

1. Écrivez la somme et la différence des utilités individuelles en fonction de Q. Éliminez Q, changer de variables en posant $\frac{U_f - U_h}{2} = x$ et $\frac{U_f + U_h}{2} = y$. En fait, cela correspond à une rotation de 45°, de l'ancien repère, par rapport à l'origine, dans le sens des aiguilles d'une montre. Autrement dit, l'axe des y est, dans l'ancien repère (U_f, U_h), la première bissectrice.

http://pascalfavard.free.fr/

http://pascal.favard.free.fr

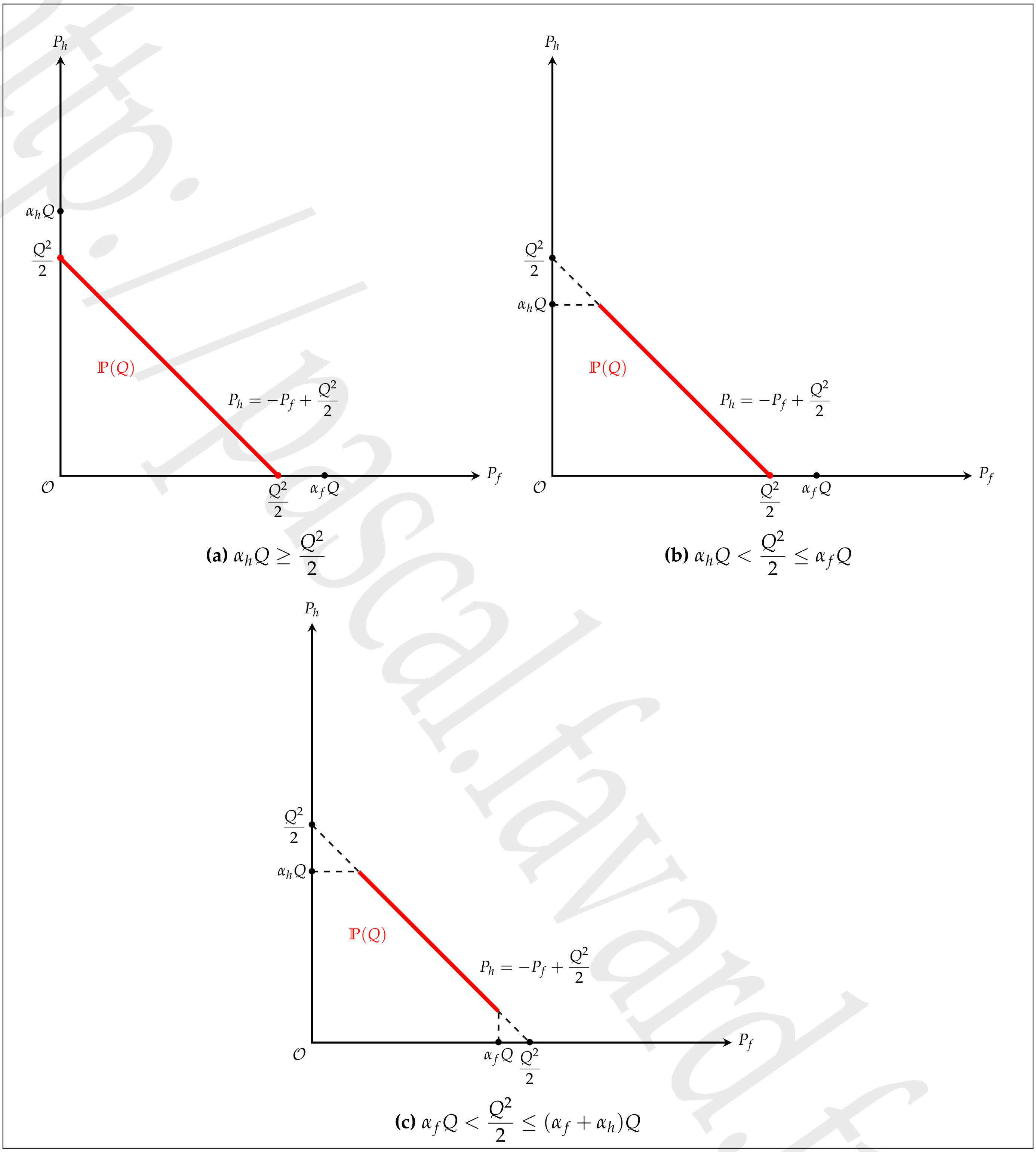


Figure 3.1 : Participations acceptables

la population est normalisé à deux. Donc si $\alpha_f Q - U_f + \alpha_h Q - U_h = \frac{Q^2}{2}$ ce qui implique que $U_f + U_h = (\alpha_f + \alpha_h)Q - \frac{Q^2}{2}$. En utilisant (3.1), l'ensemble $\mathbb{U}(Q)$ que nous cherchons est donc tel que :

$$\vec{U} = (U_f, U_h) \in \mathbb{U}(Q) \text{ si } : \begin{cases} U_f + U_h = (\alpha_f + \alpha_h)Q - \dfrac{Q^2}{2} & \text{financement,} \\ U_f \geq 0 & \text{participation de } f, \\ U_h \geq 0 & \text{participation de } h. \end{cases} \tag{3.2}$$

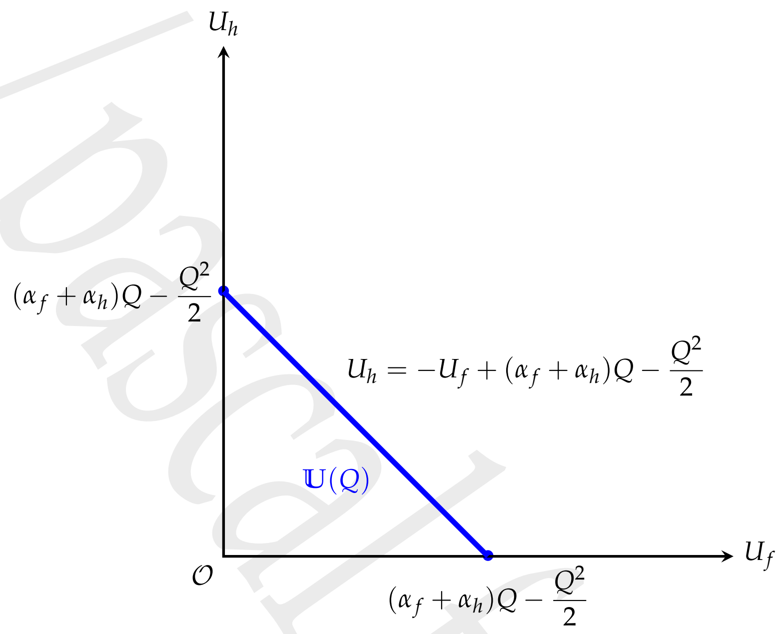


Figure 3.2 : Utilités atteignables pour tout Q

6) On doit donc maximiser la somme des utilités individuelles $U_f + U_h = (\alpha_f + \alpha_h)Q - \dfrac{Q^2}{2}$ par rapport à Q. La solution de ce programme Q^{op} est donc l'optimum de Pareto de premier rang. La CN1 implique que $Q^{op} = \alpha_f + \alpha_h$, la CS2 étant toujours vérifiée puisque $-1 < 0$. On a donc $(U_f + U_h)^{op} = (\alpha_f + \alpha_h)Q^{op} - \dfrac{(Q^{op})^2}{2} = \dfrac{(\alpha_f + \alpha_h)^2}{2}$. L'ensemble $\mathbb{U}(Q^{op})$ des niveaux d'utilité atteignables lorsque $Q = Q^{op}$, en utilisant (3.2), est donc tel que :

$$\vec{U} = (U_f, U_h) \in \mathbb{U}(Q^{op}) \text{ si } : \begin{cases} U_f + U_h = \dfrac{(\alpha_f + \alpha_h)^2}{2} & \text{financement,} \\ U_f \geq 0 & \text{participation de } f, \\ U_h \geq 0 & \text{participation de } h. \end{cases} \tag{3.3}$$

http://pascal.favardf.free.fr/

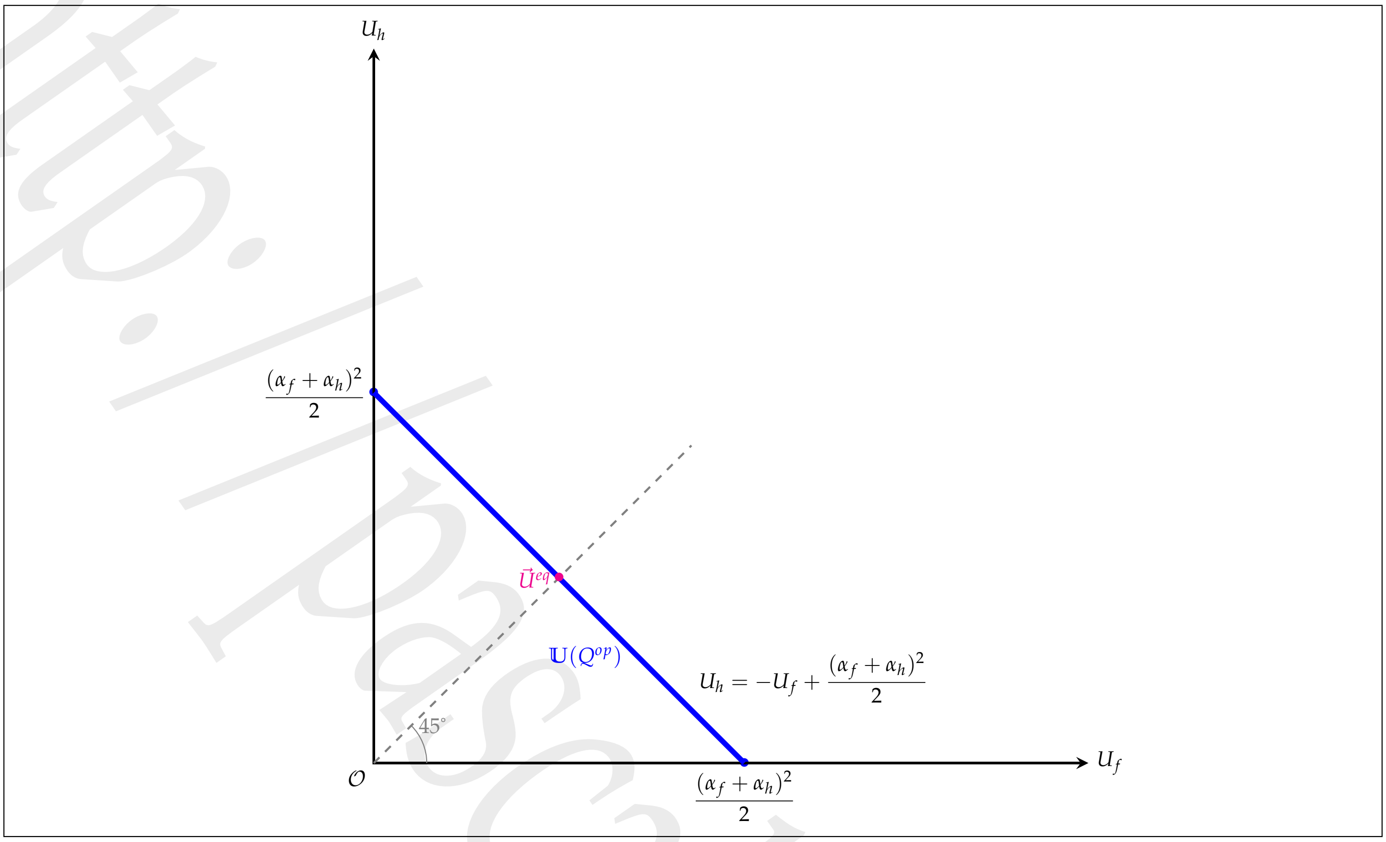


Figure 3.3 : Utilités atteignables pour Q^{op}

Les optima de Pareto sont tels que $U_f + U_h = \frac{(\alpha_f+\alpha_h)^2}{2}$ (i.e. la droite bleu (cf. Figure 3.3)), lorsque $Q = Q^{op} = \alpha_f + \alpha_h$. Seule la qualité Q^{op} permet d'atteindre l'optimum de Pareto de premier rang, mais il y a une infinité de couples (P_f, P_h) qui permettent de financer cette qualité tout en assurant une utilité non négative aux individus. L'ensemble $\mathbb{B}^{op} \subset \mathbb{B}$ (ensemble des $\vec{B}$ acceptables), est l'ensemble des $\vec{B}^{op} = (Q^{op}, P_f^{op}, P_h^{op})$ (i.e. des $\vec{B} \in \mathbb{B}$ optimaux au sens de Pareto), qui vérifient :

$$\boxed{\begin{cases} Q^{op} = \alpha_f + \alpha_h \\ P_f^{op} + P_h^{op} = \frac{(\alpha_f+\alpha_h)^2}{2} \\ 0 \leq P_f^{op} \leq \alpha_f(\alpha_f+\alpha_h) \\ 0 \leq P_h^{op} \leq \alpha_h(\alpha_f+\alpha_h) \end{cases}} \tag{3.4}$$

L'ensemble $\mathbb{B}^{op}$ est un sous-espace de $\mathbb{R}^3_+$. Comme il n'y a qu'une seule qualité optimale l'ensemble (P_f^{op}, P_h^{op}) est dans un plan « d'origine » $(Q^{op}, 0, 0)$. On peut donc facilement le visualiser dans $\mathbb{R}^2_+$. Notons qu'étant donné le classement des α_i on a :

$$\alpha_f(\alpha_f+\alpha_h) > \frac{(\alpha_f+\alpha_h)^2}{2} > \alpha_h(\alpha_f+\alpha_h).$$

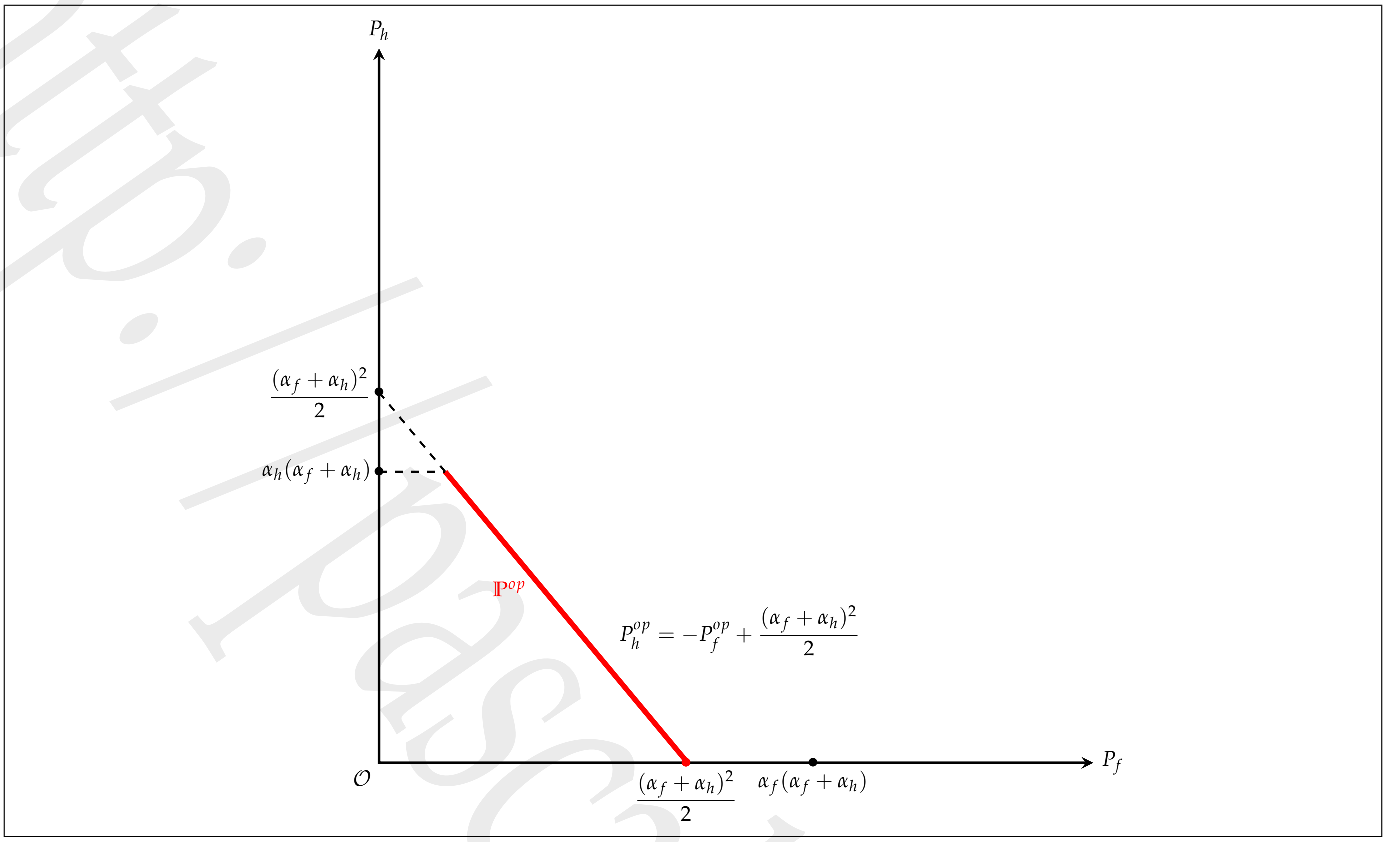


Figure 3.4 : Participations à l'optimum de Pareto

Les femmes quelque soit le couple de participations choisi ont une participation strictement positive, pas les hommes.

Si $U_f = U_h$ à l'optimum de premier rang (cf. Figure 3.3), alors (3.3) implique que $U_f^{eq} = U_h^{eq} = \frac{(\alpha_f+\alpha_h)^2}{4}$. Cela implique que $(P_f^{eq}, P_h^{eq}) = \left(\frac{\alpha_f+\alpha_h}{4}(3\alpha_f-\alpha_h), \frac{\alpha_f+\alpha_h}{4}(3\alpha_h-\alpha_f)\right)$. Mais si α_h est trop faible (i.e. $3\alpha_h < \alpha_f$) alors cet optimum équitable n'est financé que par les femmes. On a donc à l'optimum équitable :

$$\boxed{\begin{cases} U_f^{eq} = U_h^{eq} = \dfrac{(\alpha_f+\alpha_h)^2}{4} \\[2ex] (P_f^{eq}, P_h^{eq}) = \left(\dfrac{\alpha_f+\alpha_h}{4}(3\alpha_f-\alpha_h), \dfrac{\alpha_f+\alpha_h}{4}(3\alpha_h-\alpha_f)\right), & \text{si } 3\alpha_h > \alpha_f \\[2ex] (P_f^{eq}, P_h^{eq}) = \left(\dfrac{(\alpha_f+\alpha_h)^2}{2}, 0\right), & \text{si } 3\alpha_h \leq \alpha_f \end{cases}} \tag{3.5}$$

7) L'ensemble $\mathbb{B}^{op}$ est par construction inclut dans $\mathbb{B}$. Or cette procédure permet d'implémenter tout $\vec{B} \in \mathbb{B}$, notamment tout $\vec{B}^{op}$. En effet, $\vec{B}^{op} \in \mathbb{B}^{op}$ et donc $\vec{B}^{op} \in \mathbb{B}$ puisque $\mathbb{B}^{op} \subset \mathbb{B}$.
8) Soit $\vec{B} = (Q, P)$, la proposition du maire. On doit donc avoir $P_f = P_h = P$, ce qui implique, en utilisant (3.1), que :

http://pascal.favard.free.fr/

$$\boxed{\begin{cases} P = \dfrac{Q^2}{4} & \text{financement,} \\ \\ P \leq \alpha_h Q \leq \alpha_f Q & \text{participation de } h. \end{cases}} \tag{3.6}$$

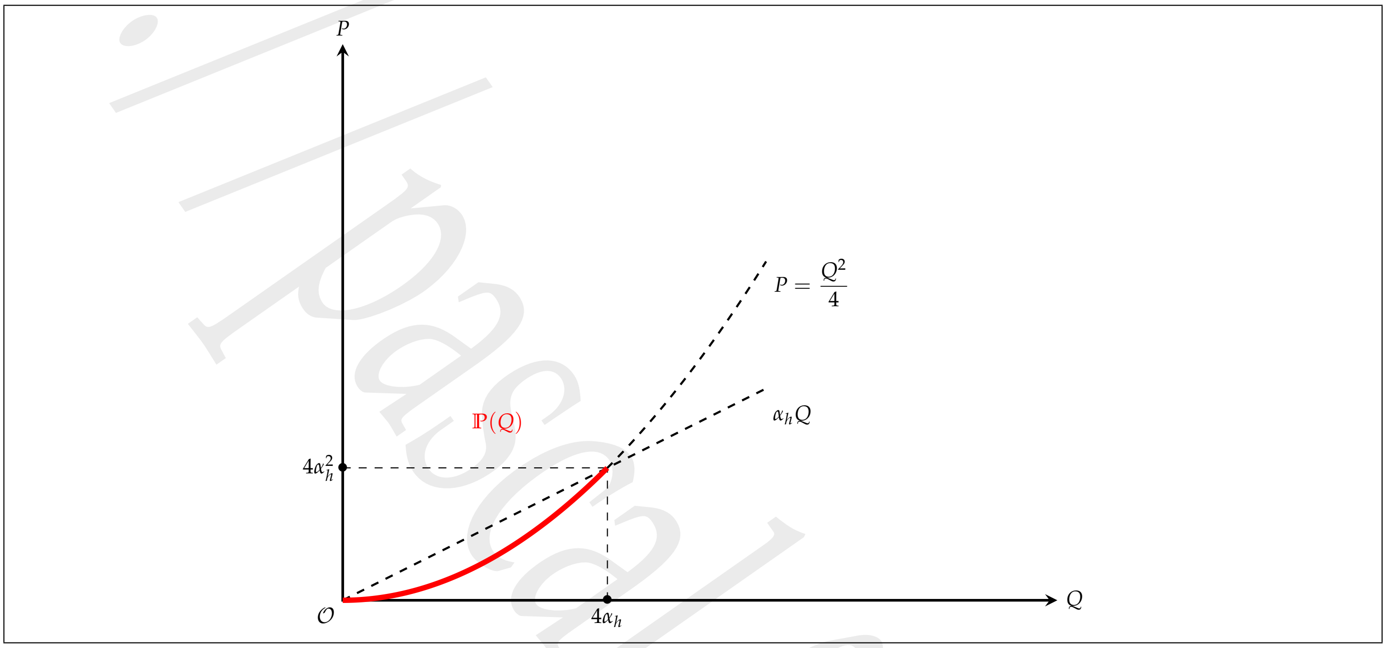


Figure 3.5 : Participations égalitaires

On a $U_i = \alpha_i Q - P$ donc : $\begin{cases} \dfrac{(Q)^2}{2} = (\alpha_f + \alpha_h)Q - (U_f + U_h) \\ U_f \geq 0 \\ U_h \geq 0 \end{cases}$. De la contrainte de participation, donc $U_i = \alpha_i Q - \dfrac{(Q)^2}{4}$. Pour vérifier les contraintes de participation, il faut que $\alpha_i Q - \dfrac{(Q)^2}{4} \geq 0$, soit $Q \leq 4\alpha_i$ pour $i = f, h$. Comme $\alpha_f > \alpha_h$, seule la contrainte $Q \leq 4\alpha_h$ est pertinente. De plus $U_f - U_h = (\alpha_f - \alpha_h)Q$, donc pour tout niveau de Q on doit résoudre le système suivant : $\begin{cases} U_f + U_h = (\alpha_f + \alpha_h)Q - \dfrac{(Q)^2}{2} \\ U_f - U_h = (\alpha_f - \alpha_h)Q \\ Q \leq 4\alpha_h \end{cases} \Rightarrow y = \dfrac{\alpha_f + \alpha_h}{\alpha_f - \alpha_h}x - \dfrac{x^2}{(\alpha_f - \alpha_h)^2}$. Cette fonction est concave, elle admet un maximum en $x = \dfrac{(\alpha_f + \alpha_h)(\alpha_f - \alpha_h)}{2}$ et s'annule lorsque $x = 0$ ou $x = (\alpha_f + \alpha_h)(\alpha_f - \alpha_h)$. L'ensemble des couples au dessus tels que les utilités individuelles sont positives peuvent être considérés mais ils ne sont pas tous des optima. En effet, de l'origine à $\vec{U}_1$ on améliorer l'utilité des hommes et des femmes simultanément, tout comme au-delà de $\vec{U}_2$. Les optima de second rang sont donc situés sur le partie bleu (cf. Figure 3.6). Étant donné la valeur des paramètres, l'optimum de premier rang peut être atteint, ce n'est pas le cas si $\alpha_h < 3\alpha_f$ (cf. Figure 3.7).

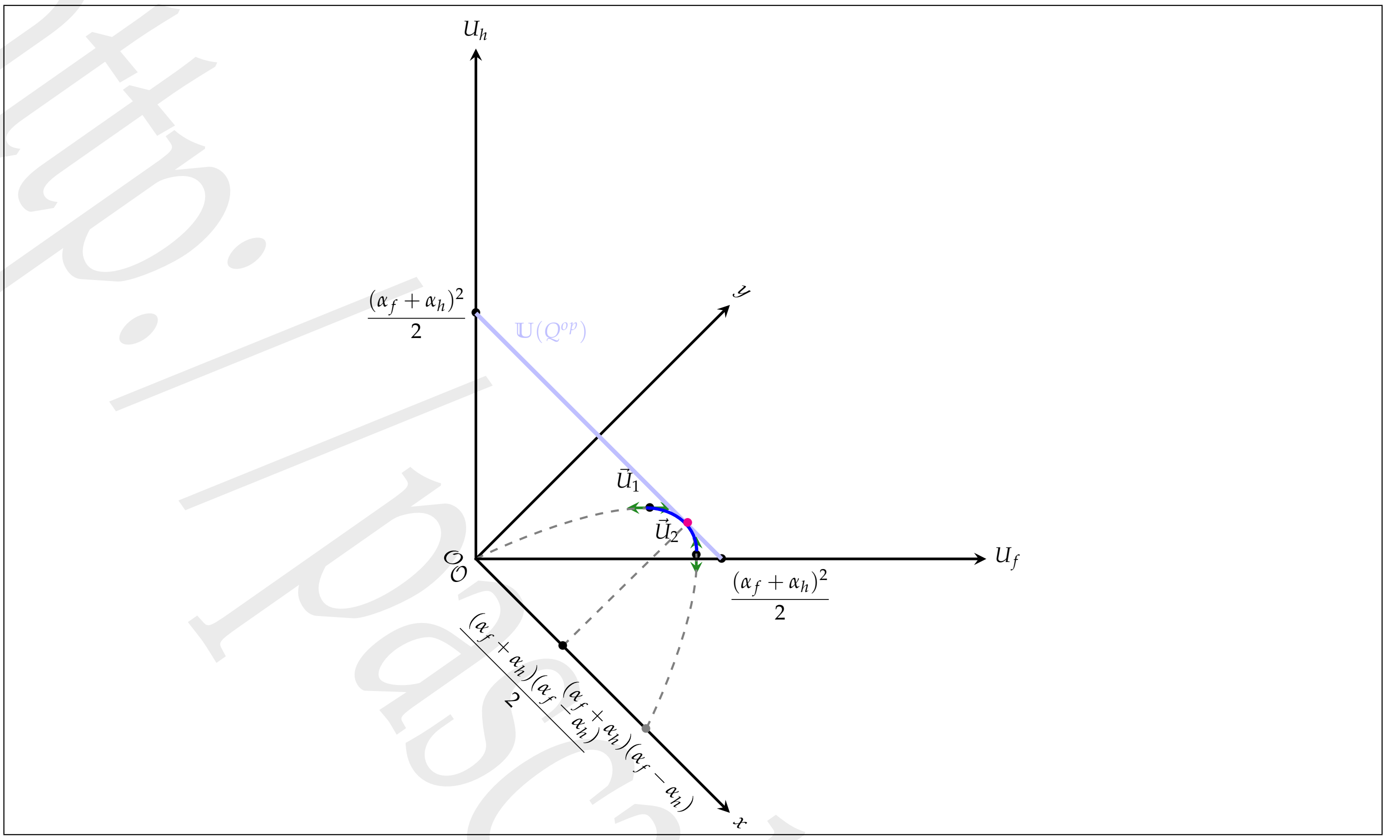


Figure 3.6 : Optimum de Pareto de premier rang

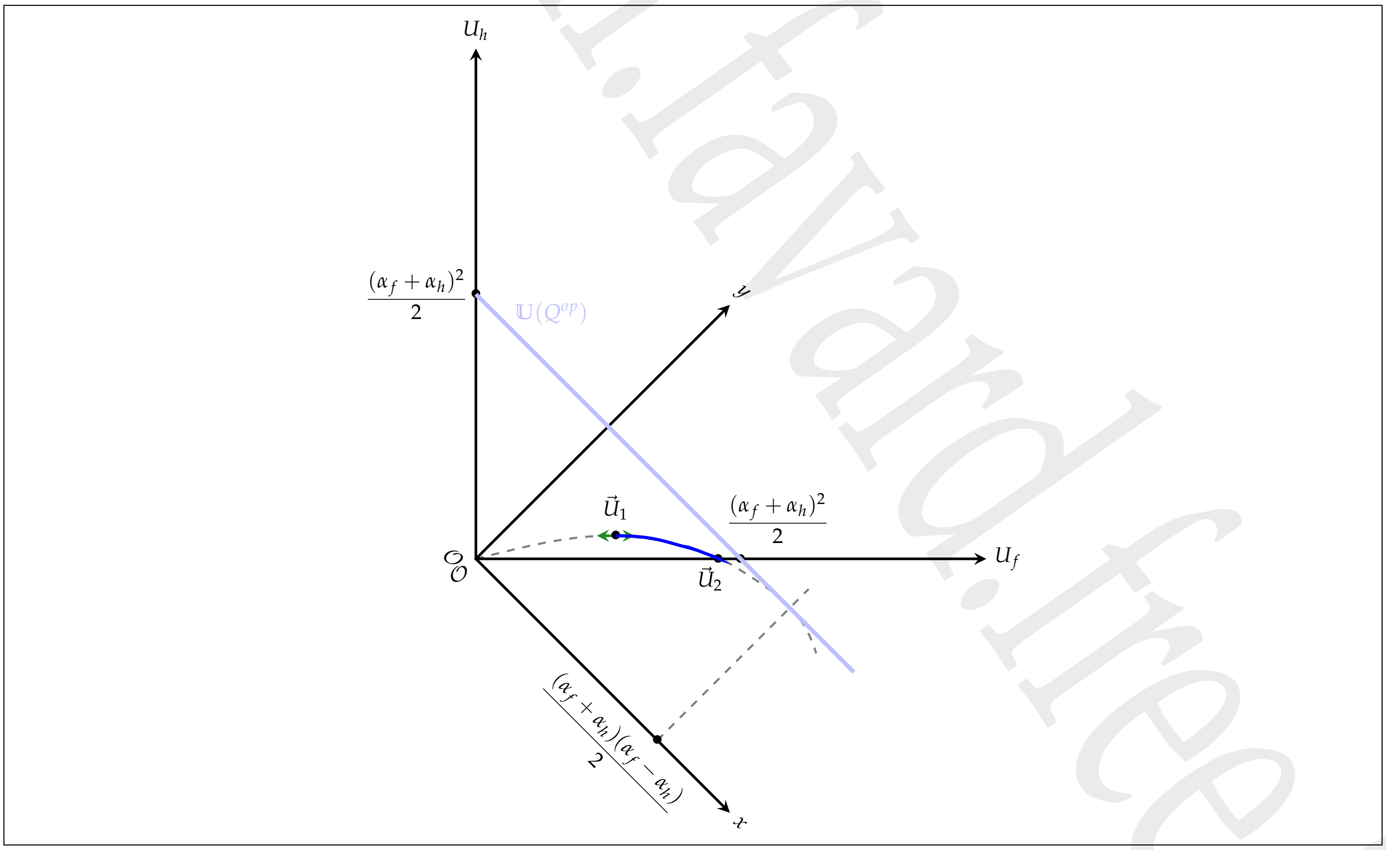


Figure 3.7 : Optimum de Pareto de second rang

L'optimum en qualité est $Q^{op} = \alpha_f + \alpha_h$, pour pouvoir l'implémenter, avoir $\alpha_f + \alpha_h \leq 4\alpha_h$. Si $\alpha_h < 3\alpha_f$ alors l'optimum ne pourra jamais être atteint. En fait la participation financière demandée pour financer Q^{op} est trop élevée pour que les hommes l'acceptent.

9) En fait, ils permettent que les agents choisissent volontairement le « bon » montant. Il y a autosélection, et donc « séparation » des individus suivant leur disposition à payer.
Un homme ne peut pas payer $\overline{P}$, s'il le faisait alors $U_h = \alpha_h Q - \overline{P}$ et comme par construction $\alpha_h Q < \overline{P}$, son niveau d'utilité serait négatif si le projet était réalisé, il n'a donc plus que deux choix possibles, ne rien payer ou payer $\underline{P}$. Les femmes le savent (information complète), donc si elles choisissent $\underline{P}$ le projet ne pourra pas être financé. En effet, par hypothèse, $2\underline{P} < \dfrac{Q^2}{2} = \underline{P} + \overline{P}$, et encore « moins » si elles choisissaient de ne rien payer. Donc elles choisissent $\overline{P}$, si les hommes ne participent pas, le projet est abandonné et leur utilité est nulle, si les hommes choisissent $\underline{P}$ le projet sera réalisé et elles auront une utilité positive. Les hommes le sachant (information complète), ils ont donc intérêt à payer $\underline{P}$ et avoir une utilité positive, car s'ils ne payent rien, le projet sera abandonné et ils auront un niveau d'utilité égal à zéro, la participation des femmes n'étant pas suffisante par construction. Il reste à chercher pour quels niveaux de qualités il existe un mécanisme séparateur $(0, \underline{P}, \overline{P})$.
Le niveau de qualité Q sera atteint s'il existe $(\underline{P}, \overline{P})$ tels que : $\underline{P} \leq \alpha_h Q < \overline{P} \leq \alpha_f Q$ et $\underline{P} + \overline{P} = \dfrac{Q^2}{2}$.
Donc $\underline{P} = \dfrac{Q^2}{2} - \overline{P}$, cela implique $\dfrac{Q^2}{2} - \overline{P} \leq \alpha_h Q < \overline{P} \leq \alpha_f Q$. On doit donc avoir $\dfrac{Q^2}{2} - \alpha_h Q \leq \alpha_f Q$, soit $Q \leq 2(\alpha_f + \alpha_h)$.

10) Le problème du passager clandestin : « free riding ».

http://pascal.favard.free.fr/

Liste des figures

Liste des tables

Page

Index