Exercices d'économie industrielle[1][2]

Pr. Pascal FAVARD

23 août 2016

1. Ces exercices sont écrits sous Latex et les graphiques sous Tikz. Ils font une large place aux graphiques et sont d'un niveau intermédiaire. Les corrections sont très détaillées mais elles n'ont aucun intérêt si vous n'avez pas tout d'abord passé du temps à faire ces exercices par vous même. Il est impossible de citer toutes mes sources d'inspiration mais sachez que rien n'est jamais vraiment original...
2. Merci de me signaler les erreurs ou les coquilles.

Sommaire

Chapitre 1

Jeux en information complète

Sommaire

Exercice 1 : Diamonds Are Forever Supposons que pour acheter des diamants il n'y ait aucune autre possibilité que de se rendre chez un diamantaire et que dans cette économie il n'ait que deux diamantaires, identiques en tout point. James, le consommateur représentatif, ne subit aucun coût pour se rendre chez le diamantaire le plus proche de son domicile, en revanche, il doit payer $T > 0$ pour se rendre chez celui qui en est le plus éloigné [1]. Soit $\mathcal{D}(p)$ la demande totale sur le marché des diamants lorsque le prix unitaire du bien homogène est p. Le coût unitaire d'un diamant est $c > 0$. Supposons que sur ce marché il existe un équilibre de Nash en prix, $p^* \geq c$, connu de tout le monde. Les consommateurs se partagent entre les deux diamantaires.

1 – Y a-t-il des consommateurs que subissent T à l'équilibre ?

2 – Un des deux diamantaires a-t-il intérêt à proposer unilatéralement un prix légèrement inférieur à p^* ?

3 – Un des deux diamantaires a-t-il intérêt à proposer unilatéralement un prix légèrement supérieur à p^* ?

4 – Déterminez à quoi est égal p^* et commentez.

Exercice 2 : Quantity or Price ? Consider a monopolist facing an uncertain inverse demand

$$p = max\{a - bQ + \theta, 0\}. \tag{1.1}$$

When setting its price or quantity the monopolist does not know θ but knows that $\mathbb{E}[\theta] = 0$ and $\mathbb{E}[\theta^2] = \sigma^2$. The quadratic cost function of this firm is given by :

$$C(Q) = c_1 Q + \frac{c_2 Q^2}{2}, \tag{1.2}$$

with $a > c_1 > 0$, $c_2 > -2b$ and obviously $b > 0$.

1 – Determine the marginal cost function, noted $Cm(Q)$. Comment.

2 – Solve the monopolist's program if he sets the quantity.

3 – Write carefully $\mathbb{E}(Q^2)$ and solve the monopolist's program if he sets the price.

4 – Show that the monopolist prefers to set a quantity if the marginal cost curve is increasing and a price if the marginal cost curve is decreasing. Provide a short intuition for the result using graphics.

Now consider a differentiated duopoly facing the uncertain inverse demand system :

$$\begin{cases} p_1 = max\{a - bq_1 - dq_2 + \theta, 0\} & (1.3) \\ p_2 = max\{a - bq_2 - dq_1 + \theta, 0\}, & (1.4) \end{cases}$$

with $0 < d < b$, $\mathbb{E}[\theta] = 0$ and $\mathbb{E}[\theta^2] = \sigma^2$. The cost function for firm i, for $i = (1, 2)$, is given by $C(q_i) = c_1 q_i + \frac{c_2 q_i^2}{2}$, with $a > c_1 > 0$ and $c_2 > -\frac{2(b^2 - d^2)}{b}$.

5 – Calculate the uncertain demand system. Which is the cross-price elasticity sign ? Comment.

6 – Qualify demands if $d = 0$ and goods when $b = d \neq 0$.

Both firms play a one-shot game in which they choose the strategy variable and the value of this variable simultaneously. That is, each firm's strategy set is the union of all fixed quantities

[1] Il suffit de normaliser le coût pour se rendre chez le diamantaire le plus proche à zéro, T est alors un différentiel de coût.

and all fixed prices. The purpose is in characterizing the Nash equilibria of this one-stage game in which strategic variables, i.e. the price or the quantity, are selected endogenously. The analysis is restricted to pure-strategy equilibria.

7 – Suppose the duopolist j setting the quantity. In this case duopolist i $(j \neq i)$ could choose :

i) to compete in quantity. Calculate his best-response $q_i(q_j)$ and his best-response payoff.

ii) to compete in price. Calculate his best-response $p_i(q_j)$ and his best-response payoff.

8 – Suppose the duopolist j setting the price. In this case duopolist i $(j \neq i)$ could choose [1] :

i) to compete in quantity. Calculate his best-response $q_i(p_j)$ and his best-response payoff.

ii) to compete in price. Calculate his best-response $p_i(p_j)$ and his best-response payoff.

9 – Argue by the same line of reasoning as in question (4 –) that

i) if $c_2 > 0$ in the unique Nash equilibrium both firms choose quantities,

ii) if $c_2 < 0$ in the unique Nash equilibrium both firms choose prices,

iii) if $c_2 = 0$ there exist four Nash equilibria in pure strategies.

10 – Show there are four Nash equilibria in pure strategies in the case with certain demand whatever c_2.

Exercice 3 : Dupont & Dupond On considère deux entreprises concurrentes, Dupont et Dupond, produisant des postiches imparfaitement substituables. La demande de postiches produit par l'entreprise i, $i = 1, 2$ est telle que :

$$q_i(p_i, p_j) = 20 - p_i + p_j, (i \neq j), \tag{1.1}$$

avec p_1 et p_2 les prix fixés par les deux entreprises. Leurs coûts marginaux sont nuls.

Supposons que les deux entreprises fixent leurs prix simultanément.

1 – Déterminez les fonctions de réaction des deux entreprises. Représentez-les graphiquement.

2 – Déduisez-en les équilibres de Nash.

3 – Déterminez les quantités de marché et les profits respectifs des deux entreprises.

Supposons que l'entreprise 1 fixe p_1 en premier. L'entreprise 2 observe p_1 et fixe p_2 ensuite.

4 – Quel est le prix fixé par chaque entreprise à l'équilibre ?

5 – Quelles sont les quantités vendues et les profits réalisés ?

6 – Un entreprise préfère-t-elle être meneuse, suiveuse ou jouer simultanément ?

Exercice 4 : Cournot Vs Stackelberg Soit deux entreprises produisant un bien homogène avec un coût marginal noté c et faisant face à une fonction inverse de demande :

$$P(Q) = max\{0\,;\, a - bQ\},$$

où Q est la quantité totale produite par les deux entreprises, $a \geq 0$, $b \geq 0$ et le marché est « rentable » (i.e. $a > c$). Le meneur (En_1) a la possibilité de produire une quantité de bien q_{11} en première période, cette quantité sera stockée pour être vendue en fin de seconde période. On supposera qu'il n'y a aucun coût de stockage. Le suiveur (En_2) observe parfaitement q_{11}. En seconde période, les deux entreprises produisent. Soit q_{12} (resp. q_2) la quantité de bien produite par En_1 (resp. En_2)

1. Rename $\alpha := \dfrac{a(b-d)}{b}, \beta := \dfrac{b^2-d^2}{b}, \gamma := \dfrac{d}{b}, \Theta := \dfrac{\theta(b-d)}{b}$.

en seconde période. La quantité totale de bien mise sur le marché en fin de seconde période est donc $Q = q_{11} + q_{12} + q_2$.

1 – Si le jeu se réduisait à la seconde période comment pourrait-on le nommer ?

2 – Déterminez à q_{11} fixé les meilleures réponses $q_{12}^*(q_2; q_{11})$ et $q_2^*(q_{12}; q_{11})$ dans le sous-jeu de seconde période.

3 – Tracez les courbes de meilleures réponses, avec en abscisse l'action du meneur en seconde période.

4 – Déterminez en fonction des valeurs de q_{11}, l'équilibre de Nash en stratégies pures du jeu en quantité de seconde période.

5 – En calculant la valeur de q_{11} qui permet au meneur de maximiser son profit, déterminez l'équilibre parfait en sous-jeu dans ce jeu à la Stackelberg.

6 – Comparez le modèle de Stackelberg classique, recalculez les résultats obtenus en cours, avec le modèle étudié ci-dessus.

Exercice 5 : Bonne ou mauvaise, c'est la qualité qui compte ! Un monopole peut fabriquer un bien de bonne ou de mauvaise qualité. S'il produit un bien de bonne qualité (resp. de mauvaise qualité), la quantité produite sera notée, $\overline{Q}$ (resp. $\underline{Q}$). Le coût moyen de production est constant et égal à $\bar{c}$ ou à $\underline{c}$, suivant la qualité produite. La fonction inverse de demande pour le bien de bonne qualité est $p = \bar{a} - Q$ et pour le bien de mauvaise qualité $p = \underline{a} - Q$, avec $\bar{a} - \underline{a} > \bar{c} - \underline{c} > 0$. On supposera que tout agent intervenant sur ce marché a un taux d'actualisation constant et égal à δ.

1 – Calculez, tout d'abord, l'équilibre de marché si les consommateurs observent la qualité du bien avant de l'acheter.

2 – Déterminez l'équilibre de Nash en stratégies pures si l'information est asymétrique : les consommateurs n'observent la qualité du bien qu'après l'avoir acheté. Commentez.

3 – Supposons que le jeu soit répété dix fois, quel est l'EPSJ du jeu ? Commentez.

4 – Supposons que le jeu soit répété à l'infini, combien y a-t-il d'équilibres ?

5 – Les consommateurs ont, en fait, le comportement suivant : ils anticipent que le bien est de bonne qualité si, durant les trois périodes précédentes, il l'était. Sinon, ils anticipent un bien de mauvaise qualité. Quelle qualité va produire le monopole ? Justifiez et commentez votre réponse.

Exercice 6 : Une plage linéaire... Le modèle d'Hotelling est un modèle de différenciation des biens sur un marché duopolistique. Soit une plage de sable blanc parfaitement linéaire d'une longueur L sur laquelle les vacanciers sont uniformément répartis. Deux vendeurs $i = 1,2$ de glaces désirent s'installer sur cette plage. Chaque vacancier achète au plus une glace. Pour se faire il doit parcourir la distance d qui le sépare du vendeur qu'il choisit. Chaque mètre parcouru a un coût c pour lui. Une glace coûte p_i euros chez le vendeur i. Il n'y a qu'un type de glace, le bien est donc homogène. La fonction d'utilité d'un consommateur est $U(p_i, d) = u_0 - p_i - cd$.

1 – Décrivez l'ensemble des joueurs et leur ensemble de stratégies.

2 – Si $p_1 = p_2 = p$ et $u_0 = 0$ et que chaque consommateur achète une glace où doivent s'installer les deux marchands ?

3 – Si $p_1 \neq p_2$ et $u_0 = 0$ et que chaque consommateur achète une glace où doivent s'installer les

deux marchands ?

4 – Si $p_1 \neq p_2$ et $u_0 > 0$ y a-t-il des solutions différentes ?

Exercice 7 : Cartel Deux firmes produisent un bien homogène. La demande inverse sur ce marché est donnée par $p = 100 - Q$ et la fonction de coût de l'entreprise i est donnée par $C_i(q_i) = 2q_i$, $i = 1, 2$.

1 – Déterminez l'équilibre de cette industrie si on est dans un jeu à la Cournot.

2 – Déterminez l'équilibre de cette industrie si un cartel égalitaire est formé.

3 – Déterminez l'équilibre de cette industrie si on répète le jeu dix fois. δ est le facteur d'actualisation pour les deux entreprises.

4 – Déterminez l'équilibre de cette industrie si on répète le jeu infiniment, si un dévie l'autre jouera non-coopératif indéfiniment.

5 – Même question si la réputation se fait en une seule période.

Exercice 8 : Bertrand Deux entreprises produisent un bien homogène. La demande sur ce marché est donnée par $D(p) = A - p$ et la fonction de coût de l'entreprise i est donnée par $C_i(q_i) = cq_i$, $i = 1, 2$ et $c < A$. Si les prix des deux concurrents sont égaux chacun sert la moitié du marché, sinon c'est celui qui propose le plus petit prix qui sert le marché.

1 – Déterminez l'équilibre de Nash.

2 – Déterminez l'équilibre si un cartel égalitaire était formé. Le cartel est-il stable ?

Posons $\delta > 0$ le facteur d'actualisation pour les deux entreprises non-coopératives.

3 – Déterminez l'équilibre si on répète le jeu dix fois.

4 – Si l'on répète le jeu infiniment et si une entreprise dévie l'autre jouera, de manière crédible, non-coopératif indéfiniment. Sous quelles conditions l'équilibre de cartel pourra être un $EPSJ$ de ce jeu ?

Exercice 9 : Syndicat On considère un jeu de négociation salariale entre une entreprise et un syndicat. L'entreprise produit une quantité Y d'un bien. Sa fonction de production est $Y = L$ où L est la quantité de travail utilisée. Le travail est rémunéré au taux unitaire w négocié avec le syndicat. Elle n'utilise pas d'autres facteurs de production et n'a pas de coûts fixes. Le bien est vendu au prix unitaire p. L'entreprise maximise son profit alors que le syndicat maximise la masse salariale. Le jeu se déroule ainsi : Le syndicat propose un taux de salaire w tel que $w \in [\underline{w}, +\infty[$ où $\underline{\mathrm{w}}$ est le taux de salaire minimum imposé par la loi. L'entreprise a le choix entre accepter ou refuser la proposition. Si elle accepte, elle détermine une quantité de travail $L \in [0, +\infty[$ qu'elle rémunère au taux de salaire proposé. Elle produit la quantité Y correspondante. Si elle refuse, la quantité de travail utilisée et la production sont nulles. Il n'y a pas de renégociation possible.

1 – Si l'entreprise accepte la proposition du syndicat :

i) Déterminez en fonction de w la quantité optimale de travail $L^*(w)$ choisie par l'entreprise ?

ii) Combien valent le profit et la masse salariale quand $L = L^*(w)$?

2 – Quel est le taux de salaire proposé par le syndicat ?

3 – L'entreprise accepte-t-elle ?

4 – Déduire les valeurs de l'équilibre de Nash parfait en sous-jeux.

Exercice 10 : Super-jeu

Soit le jeu suivant :

J		Joueur 2	
	s	L_2	R_2
Joueur 1	L_1	$(3, 3)$	$(-1, 4)$
	R_1	$(4, -1)$	$(0, 0)$

Tableau 1.1 : Matrice de gains : Étape 1

1 – Est-ce que (L_1, R_2) peut appartenir à l'ensemble des équilibres du super-jeu correspondant à la répétition ad vitam æternam du jeu de statique ci-dessus ?

2 – Représentez dans l'espace des gains tous les gains qui peuvent-être atteints par un équilibre de ce jeu répété si le facteur d'actualisation, δ, est égal à un.

Chapitre 2

Jeux en information incomplète

Sommaire

Exercice 11 : Enchères oui mais pas trop... Soit un terrain constructible détenu par la mairie de Mufflin. Monsieur le maire décide de vendre ce terrain en organisant une procédure d'enchères au premier prix sous plis cachetés. L'enchérisseur i $(i = 1, 2)$ a une valeur de réserve pour le bien vendu de v_i. Ces deux valeurs sont des variables indépendantes et identiquement distribuées (iid) sur $[0, 1]$. Les enchères, p_1 et p_2, ne peuvent pas être négatives et sont supposées proportionnelles aux valeurs de réserves. Celui qui propose l'enchère la plus élevée devient propriétaire du terrain et paye le montant de l'enchère qu'il a faite, l'autre ne paye rien. Si les deux font la même proposition, le propriétaire et donc le payeur est déterminé à pile ou face.

1 – Écrire le jeu sous forme normale.

2 – Quel est l'équilibre de Nash bayésien de ce jeu ?

Exercice 12 : T'avais qu'à faire une étude de marché ! Soit un marché duopolistique où les entreprises choisissent les quantités à produire d'un bien homogène, le « marquetinge ». La fonction inverse de demande de marquetinge sur ce marché est $\mathcal{D}^{-1}(Q) = max\{a - Q, 0\}$ où Q est la production agrégée de marquetinge mise sur le marché, $a = \bar{a}$ avec une probabilité $\theta \in]0, 1[$, $a = \underline{a}$ avec une probabilité $1 - \theta$ et $\bar{a} > \underline{a} > c > 0$. La fonction de coût de l'entreprise i, $(i = 1, 2)$, est : $C_i(q_i) = cq_i$, avec $2c + \bar{a} > 3\underline{a}$. À l'exception de la valeur de a que l'entreprise 2 ne connaît pas avant de jouer, toutes les informations nécessaires sont connues par les deux entreprises. Les deux entreprises doivent décider concomitamment quelle quantité de marquetinge elles vont mettre sur le marché.

1 – Quel est le nom de ce type de modèle ?

2 – Écrire le jeu sous forme normale.

3 – Quel est l'équilibre de Nash bayésien de ce jeu ?

4 – Déterminez l'équilibre de marché $\left(Q^{Duo}, p^{Duo}\right)$.

5 – Calculez les profits des deux entreprises à l'équilibre $\left(Q^{Duo}, p^{Duo}\right)$.

6 – Quelle est la valeur de l'information privée pour l'entreprise 1 ?

Exercice 13 : Comment tu m'aimes ? Deux entreprises produisent, q, des biens différenciés et choisissent le prix, p, du bien qu'elle mette sur le marché. La fonction demande pour l'entreprise i, avec $i = 1, 2$ et $j \neq i$, est $q_i(p_i, p_j) = max\{a - p_i + b_i p_j, 0\}$, $b_i = \bar{b}$ avec une probabilité μ, $b_i = \underline{b}$ avec une probabilité $1 - \mu$, $\bar{b} > \underline{b} > 0$ et la réalisation de b_i est indépendante de celle de b_j. Les coûts de production de l'entreprise i, $i = 1, 2$ sont nuls. À l'exception de la valeur de b dans la demande de l'autre entreprise, toutes les informations nécessaires sont connues par les deux entreprises. Les deux entreprises doivent décider concomitamment du prix du bien qu'elle vont mettre sur le marché.

1 – Quel est le nom de ce type de modèle ?

2 – Aux yeux des consommateurs comment sont les deux biens produits ?

3 – Écrire le jeu sous forme normale.

4 – Quel est l'équilibre de Nash bayésien de ce jeu ?

Exercice 14 : Seconde déprime Soit Γ, le jeu à deux joueurs J_1 qui peut être de type T_1 ou T_2, J_2 ne connaît pas le type de J_1, il sait seulement que $\mathbf{p}(T_1) = \mathbf{p}(T_2)$. J_1 joue L' ou R', ces actions sont observées par J_2. J_2 joue L'' ou R''. Les gains des deux joueurs suivant le type de J_1 sont :

T_1	J_2		
	a	L''	R''
J_1	L'	(2,2)	(1,2)
	R'	(2,1)	(0,0)

et

T_2	J_2		
	a	L''	R''
J_1	L'	(7,7)	(6,12)
	R'	(12,6)	(10,10)

1 – Caractérisez ce jeu.
2 – Combien d'étapes y a-t-il dans ce jeu ?
3 – Dessinez l'arbre de jeu.
4 – Y a-t-il des équilibres séparateurs ?
5 – Y a-t-il des équilibres mélangeants ?
6 – Y a-t-il des équilibres semi-séparateurs ?

Exercice 15 : Travaille à l'école... Considérons le métier d'économiste d'entreprise et une population souhaitant occuper ce type de poste. Supposons, pour simplifier, que cette population soit seulement composée d'individus, de type $\underline{\theta}$, « peu productifs » et d'individus, de type $\overline{\theta}$, « très productifs ». Chaque individu choisit son niveau d'éducation, noté e avec $e \in [0, \overline{e}]$, qu'il va atteindre avant d'entrer sur le marché du travail où les offres d'emploi sont très largement supérieures aux demandes. Le salaire d'un individu occupant un poste d'économiste d'entreprise est w, son utilité est $w - \frac{e^2}{\theta}$, avec $\theta = \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}$, s'il travaille sinon elle est nulle. Chaque économiste rapporte à son entreprise un profit $\theta e - w$ et sans embaucher l'entreprise a un profit nul.
1 – En information complète déterminez e et w
En information incomplète, θ n'est pas observé par les employeurs.
2 – Déterminez les équilibres séparateurs.
3 – Y a-t-il un équilibre séparateur Pareto dominant ? Si oui, lequel ?
4 – Appliquez le critère intuitif de Cho-Kreps.

Exercice 16 : T'es pas mieux que moi en moyenne ! Soit un bien homogène produit simultanément par seulement deux entreprises en Mayenne, la demande (inverse) agrégée pour ce bien est : $P(q_1 + q_2) = max \{a - (q_1 + q_2), 0\}$. Supposons que le coût marginal de chaque firme soit constant et qu'il n'y ait pas de coût fixe. Donc, pour $i = 1, 2$, la fonction de coût de l'entreprise i est : $C_i(q_i) = c_i q_i$ avec $0 < c_i < \frac{a + c_j}{2}$ pour $j \neq i$.
1 – Déterminez le ou les équilibres de Nash en stratégies pures de ce jeu ? Donnez les profits des entreprises à l'équilibre si $c_1 = c_2 = 2$ et $a = 4$.

Si, à présent, on suppose que $c_2 \in \{\underline{c}, \overline{c}\}$ et $\underline{c} < c_1 < \overline{c} < \frac{2a + c_1}{3}$. Les croyances de l'entreprise 1 sont telles que : $\mathbb{E}(c_2) = c_1$.
2 – Mettre ce jeu sous forme normale.
3 – Déterminez le ou les équilibres de Nash bayésien en stratégies pures de ce jeu ?
4 – Donnez les profits des entreprises à l'équilibre si $(\underline{c}, c_1, \overline{c}) = (1, 2, 3)$ et $a = 4$. Synthétisez vos résultats sous forme d'un graphique et commentez.

Exercice 17 : Differentiated duopoly with uncertain demand Consider a monopolist facing an uncertain inverse demand

$$p = max\{a - bQ + \theta, 0\}. \tag{2.1}$$

When setting its price or quantity the monopolist does not know θ but knows that $\mathbb{E}[\theta] = 0$ and $\mathbb{E}[\theta^2] = \sigma^2$. The quadratic cost function of this firm is given by :

$$C(Q) = c_1 Q + \frac{c_2 Q^2}{2}, \tag{2.2}$$

with $a > c_1 > 0$, $c_2 > -2b$ and obviously $b > 0$.

1 – Determine the marginal cost function, noted $Cm(Q)$. Comment.

2 – Solve the monopolist's program if he sets the quantity.

3 – Write carefully $\mathbb{E}(Q^2)$ and solve the monopolist's program if he sets the price.

4 – Show that the monopolist prefers to set a quantity if the marginal cost curve is increasing and a price if the marginal cost curve is decreasing. Provide a short intuition for the result using graphics.

Now consider a differentiated duopoly facing the uncertain inverse demand system :

$$\begin{cases} p_1 = max\{a - bq_1 - dq_2 + \theta, 0\} & (2.3) \\ p_2 = max\{a - bq_2 - dq_1 + \theta, 0\}, & (2.4) \end{cases}$$

with $0 < d < b$, $\mathbb{E}[\theta] = 0$ and $\mathbb{E}[\theta] = \sigma^2$. The cost function for firm i, for $i = (1,2)$, is given by $C(q_i) = c_1 q_i + \frac{c_2 q_i^2}{2}$, with $a > c_1 > 0$ and $c_2 > -\frac{2(b^2 - d^2)}{b}$.

5 – Calculate the uncertain demand system. Which is the sign of the cross-price elasticity ? Comment.

6 – Qualify demands if $d = 0$ and goods when $b = d \neq 0$.

Both firms play a one-shot game in which they choose the strategy variable and the value of this variable simultaneously. That is, each firm's strategy set is the union of all fixed quantities and all fixed prices. The purpose is in characterizing the Nash equilibria of this one-stage game in which strategic variables, i.e. the price or the quantity, are selected endogenously. The analysis is restricted to pure-strategy equilibria.

7 – Suppose the duopolist j setting the quantity. In this case duopolist i $(j \neq i)$ could choose :

i) to compete in quantity. Calculate his best-response $q_i(q_j)$ and his best-response payoff.

ii) to compete in price. Calculate his best-response $p_i(q_j)$ and his best-response payoff.

8 – Suppose the duopolist j setting the price. In this case duopolist i $(j \neq i)$ could choose [1] :

i) to compete in quantity. Calculate his best-response $q_i(p_j)$ and his best-response payoff.

ii) to compete in price. Calculate his best-response $p_i(p_j)$ and his best-response payoff.

9 – Argue by the same line of reasoning as in question (4 –) that

i) if $c_2 > 0$ in the unique Nash equilibrium both firms choose quantities,

ii) if $c_2 < 0$ in the unique Nash equilibrium both firms choose prices,

iii) if $c_2 = 0$ there exist four Nash equilibria in pure strategies.

1. Rename $\alpha := \frac{a(b-d)}{b}, \beta := \frac{b^2 - d^2}{b}, \gamma := \frac{d}{b}, \Theta := \frac{\theta(b-d)}{b}$.

10 – Show there are four Nash equilibria in pure strategies in the case with certain demand whatever c_2.

Exercice 18 : Forclosure Considérons un monopole H produisant un bien en quantité Q qui n'a pas accès aux consommateurs finaux. Il y a seulement deux entreprises, B_1 et B_2, susceptibles de (re)vendre q_1 (resp. q_2) unités du bien produit par H aux consommateurs finaux. Ce bien n'a aucun substitut pour ces consommateurs. Le coût marginal de H est constant et égal à c, avec $c \in [\frac{3}{4}, 1[$. Le coût marginal des (re)vendeurs est supposé nul. Sans perte de généralité on considèrera qu'aucune entreprise dans cette économie ne subit de coût fixe. La fonction de demande inverse agrégée pour le bien considéré, sur le marché final, est :

$$\mathcal{D}^{-1}(Q) = max\{1 - Q, 0\}. \tag{2.1}$$

Au besoin on supposera *the efficient-rationing rule* vérifiée ; la firme proposant le plus petit prix « passe en premier » et sert, si à ce prix là il y a excédent de demande, les consommateurs ayant les dispositions à payer les plus élevées.

1 – Si le monopole H, non-discriminant, avait un accès direct aux consommateurs finaux quel serait l'équilibre de marché, noté E^A ?

2 – Quel est la valeur du surplus social, notée SS^A, en E^A ?

3 – Quel serait la valeur du surplus social, notée SS^{Co}, à l'équilibre concurrentiel ? Commentez.

Supposons que le jeu soit séquentiel. À l'étape 1, H propose un tarif $T_i(\overline{q}_i)$ à l'entreprise B_i qui lui passe commande de $\overline{q}_i$ unités de bien (i.e. son stock à l'étape 2) et donc paye en retour $T_i(\overline{q}_i)$. À l'étape 2, l'entreprise B_i observe le stock de son concurrent et fixe son prix unitaire de vente aux consommateurs finaux. Le réassort est supposé impossible.

4 – À l'étape 2 le sous jeu est-il du type concurrence à la Cournot ou la Bertrand, avec ou sans contrainte de capacité ?

5 – Résoudre le sous-jeu à l'étape 2 revient à déterminer le prix de vente choisi par chacun des duopoleurs.

   i) Montrez que B_1 n'achètera jamais un stock $\overline{q}_1 \geq \frac{1}{3}$ même si le prix unitaire facturé par le monopole est égal à c. (astuce : calculez le profit de B_1 si elle était en situation de monopole sur le marché final)

   ii) Écrivez la recette de B_i en fonction de p le prix de vente qu'elle choisi et de $\overline{q}_j$, $j \neq i$. Montrez que c'est équivalent a écrire cette recette en fonction de la quantité qu'elle décide de mettre sur le marché final q_i, $q_i \leq \overline{q}_i$, et de $\overline{q}_j$.

   iii) Montrez que pour B_i il est optimal de mettre sur le marché tout son stock $\overline{q}_i$, sachant que B_j mets sur le marché le sien (i.e. $\overline{q}_j$). En déduire la fonction qui donne le prix choisi par ces deux entreprises.

À partir de maintenant on pose $\pi_{B_i}(\overline{q}_i; \overline{q}_j) = (1 - \overline{q}_i - \overline{q}_j)\overline{q}_i - T_i(\overline{q}_i)$, $i \neq j$, la fonction de profit de l'entreprise B_i. Dans un premier temps supposons que les contrats proposés par H aux deux entreprises soient connaissance commune.

6 – Déterminez les contrats (q_1^{ns}, T_1^{ns}) et (q_2^{ns}, T_2^{ns}) proposés par H à l'étape 1 à B_1 et B_2. Déduisez-en le profit, π_H^{ns}, de H.

7 – Le monopole H a-t-il intérêt « d'exclure » du marché intermédiaire une des entreprises B ? Commentez.

Dans un second temps supposons que les contrats proposés par H aux deux entreprises ne soient pas connaissance commune.

8 – En supposant que le contrat « déjà » négocié entre H et B_1 soit $(q_1^{s_1}, T_1^{s_1}) = \left(\frac{1-c}{4}, \frac{1-c^2}{8}\right)$, rappelons que B_2 ne connaît pas ce contrat : quelle quantité, $q_2^{s_1}$, a intérêt de proposer H à B_2, sachant que ce dernier doit l'accepter bien-sûr ? Comparez $q_1^{s_1}$ et $q_2^{s_1}$.

9 – Calculez $\pi_H^{s_1}$ le profit de H si $(q_1^{s_1}, T_1^{s_1}) = \left(\frac{1-c}{4}, \frac{1-c^2}{8}\right)$.

10 – Calculez le profit de B_1, $\pi_{B_1}^{s_1}$, si $(q_1^{s_1}, T_1^{s_1}) = \left(\frac{1-c}{4}, \frac{1-c^2}{8}\right)$. Crédible ?

11 – Supposons que B_1 et B_2 conjecturent que le monopole H va leur proposer la même quantité, notée q^{s_2} avec donc $Q^{s_2} = 2q^{s_2}$, et que cette conjecture soit connaissance commune. Calculez $\pi_H^{s_2}$ le profit de H. Crédible ? Commentez.

12 – Si à présent on suppose, contrairement au cas précédent, qu'aucun duopoleur ne révise ses croyances sur le contrat offert à son concurrent par H quelque soit le contrat qu'il se voit proposer. Les conjectures sont dites « passives » ou *market-by-market-bargaining*. Calculez l'équilibre de Nash. Calculez $\pi_H^{s_3}$ le profit de H. Calculez le surplus social SS^{s_3}. Commentez.

Liste des figures

Liste des tables

Page

Index